

حل تست‌های ریاضیات گرایش کامپیوتر سال ۸۰

۷۴. گزینهٔ (۲) صحیح است.

اگر z نقطهٔ تکین منفرد تابع $(z^f)^e$ باشد ذر تابع $f(z)$ ویژهٔ اساسی است.

۷۵. گزینهٔ (۳) صحیح است.

$$w = \ln r + i\theta$$

$$u \geq 0 \rightarrow \ln r \geq 0 \rightarrow r \geq 1 \Rightarrow |z| \geq 1$$

$$\theta < V \leq \frac{\pi}{2} \rightarrow 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \rightarrow 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}$$

۷۶. گزینهٔ (۲) صحیح است.

معادلهٔ مسیر $z = iy$ است

$$\int_C \bar{z} dz = \int_0^\pi -iy(i dy) = \frac{y^2}{2} \Big|_0^\pi = \lambda$$

۷۷. گزینهٔ (۴) صحیح است.

از روش متغیرها حل می‌کنیم

$$U = XY \Rightarrow \frac{X'Y}{x} = \frac{XY'}{y} \Rightarrow \frac{X'}{xX} = \frac{Y'}{yY} = k$$

$$X' = kxX \Rightarrow \frac{X'}{X} = kx \Rightarrow X = e^{\frac{1}{4}kx^2}$$

$$Y' = kyY \Rightarrow \frac{Y'}{Y} = ky \Rightarrow Y = e^{\frac{1}{4}ky^2} \Rightarrow U = XY = e^{\frac{1}{4}k(x^2+y^2)}$$

۷۸. گزینهٔ (۱) صحیح است.

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi} \sigma_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(2x+1)x}{(2x+1)^2} \quad 0 < x < \pi$$

از طرفین سری فوریهٔ انتگرال می‌کنیم

$$\frac{x^2}{2} = \frac{\pi}{2}x - \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2x+1)x}{(2x+1)^3} + c$$

چون بسط $|x|$ زوج است بنابراین پس از انتگرال‌گیری بسط تابع فرد می‌شود درنتیجه $c = 0$

است

$$\frac{x^2}{2} - \frac{\pi}{2}x = -\frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2x+1)x}{(2x+1)^3} \quad 0 < x < \pi$$