

مثال ۱۰۰۰. یک شرکت پخش فرآورده‌های غذایی چهار اندازه‌ی بهینه x_1 تا x_4 را برای کامیون‌های خود در نظر گرفته است. مدیریت شرکت تصمیم دارد تا هزینه حمل و نقل را به حداقل برساند به‌طوری‌که تقاضای مشتریان (که به طور فصلی در نوسان می‌باشد) را برآورده نماید. بر این اساس هر روز باید مقدار معینی کالا حمل شود (محدودیت مقدار تقاضا) و به مشتریان باید یک حداقل مقدار سرویس داده شود. همچنین به دلایلی لازم است که از کامیون‌هایی با اندازه‌ی بهینه x_1 ، حداقل ۶ عدد موجود باشد.

مدل زیر رویکرد برنامه‌ریزی خطی برای مساله فوق را نشان می‌دهد.

$$\min \quad Z(x) = 41400x_1 + 44300x_2 + 44100x_3 + 49100x_4$$

s.t

$$0.84x_1 + 1/44x_2 + 2/16x_3 + 2/4x_4 \geq 170$$

$$16x_1 + 16x_2 + 16x_3 + 16x_4 \geq 1300$$

$$x_1 \geq 6$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4$$

جواب صحیح بهینه این مدل برابر $x_1 = 7$ و $x_2 = 16$ و $x_3 = 2$ و $x_4 = 57$ با مقدار تابع هدف $3,893,500$ می‌باشد. زمانی که این جواب به مدیریت ارائه می‌شود، بیان می‌کند که این جواب قابل قبول است، اما ترجیح می‌دهد تا مقداری انحراف از محدودیت‌ها نیز در نظر گرفته شود. چرا که از پیش‌بینی تقاضا برای فرموله کردن محدودیت‌ها استفاده شده است و خطر عدم توانایی در ارائه تقاضای بیشتر وجود دارد. بر اساس درخواست مدیریت مدل برنامه‌ریزی خطی ارائه شده، مورد تعدیل قرار می‌گیرد تا بیانگر واقعیت‌های عینی مورد نظر مدیریت باشد. بر این اساس اطلاعاتی بر اساس جدول (۱.۱) توسط مدیریت ارائه شده است.

جدول ۱.۰: اطلاعات ارائه شده توسط مدیریت

نوع	انحراف مجاز	نقطه شروع بهینه کامل	تابع هدف
min	$p_1 = 500000$	$d_1 = 3900000$	تابع هدف
بزرگتر یا مساوی	$p_2 = 10$	$d_2 = 170$	محدودیت اول
بزرگتر یا مساوی	$p_3 = 100$	$d_3 = 1312$	محدودیت دوم
بزرگتر یا مساوی	$p_4 = 7$	$d_4 = 7$	محدودیت سوم

حال مساله را بر اساس جدول (۱.۱) به صورت فازی فرمول‌بندی می‌کنیم. در این جا چون تابع هدف از

نوع مینیمم فازی می‌باشد، لذا تابع عضویت آن به فرم زیر می‌باشد:

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & Z_i(x) \leq 3900000 \\ \frac{4400000 - Z}{500000} & 3900000 < Z(x) < 4400000 \\ 0 & Z(x) \geq 4400000 \end{cases}$$

همچنین برای محدودیت‌ها، چون از نوع بزرگتر مساوی هستند می‌توان تابع عضویت را به صورت زیر نوشت. در این جا تابع عضویت را برای محدودیت اول می‌نویسیم. تابع عضویت دو محدودیت دیگر به طور مشابه نوشته می‌شود.

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & B_1(x) \leq 160 \\ \frac{B_1(x)-160}{10} & 160 < B_1(x) < 170 \\ 1 & Z(x) \geq 170 \end{cases}$$

بنابراین با توجه به فرمول‌های (۲.۱) و (۳.۱) فرمول‌بندی مسأله به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\max \quad \lambda$$

s.t

$$41400x_1 + 44300x_2 + 44100x_3 + 49100x_4 + 500000\lambda \leq 4400000$$

$$0.84x_1 + 1/44x_2 + 2/16x_3 + 2/4x_4 - 10\lambda \geq 160$$

$$16x_1 + 16x_2 + 16x_3 + 16x_4 - 100\lambda \geq 1212$$

$$x_1 - 7\lambda \geq 0$$

جواب‌های حاصل از حل مسأله فوق در حالت فازی و غیر فازی در جدول (۲.۱) نشان داده شده است.

جدول ۲.۰: مقایسه جواب‌های مثال (۱.۷.۱)

فازی	غیر فازی
$x_1 = 14$	$x_1 = 7$
$x_2 = 2$	$x_2 = 16$
$x_3 = 10$	$x_3 = 2$
$x_4 = 56$	$x_4 = 57$
$Z = 3,898,800$	$Z = 3,893,500$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در حالت فازی با در نظر گرفتن شرایط واقعی انحراف از محدودیت‌ها با هزینه اضافی معادل ۵,۳۰۰ روبه‌رو شده‌ایم. مزیت اصلی این فرموله‌سازی نسبت به حالت غیر فازی این است که تصمیم‌گیرنده به فرموله‌سازی کلیشه‌ای (که چندان واقعی نیست) وادار نمی‌شود. علاوه بر آن باید توجه داشت که در برخی از شرایط ممکن است، فقط بتوان مسأله را در حالت فازی توصیف نمود.