دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده علوم ریاضی ریاضی محض دکتر راهنما دکتر مشاور **تقدیم** به ...

ممتحن داخلیآقای وفا خلیقی ممتحن داخلیدکتر مهدی امیدعلی داور خارجیآقای محمود امین‌طوسی داور خارجیآقای سیدرضی علوی‌زاده

تشکر از استاد راهنما،
و تشکر از آقای وفا خلیقی که با طراحی بسته کمک بزرگی به حروف‌چینی فارسی کردند،

و تشکر از خداوند.

چکیده

کلمه کلیدی اول، کلمه کلیدی دوم، کلمه کلیدی سوم این رساله، چکیده مشخصی ندارد.

فهرست مطالب

فهرست تصاویر

پیش‌گفتار

یک رساله خوب، بایستی پیش‌گفتار زیبا و رسایی داشته باشد.

۱. مقدمه

در این فصل چند مثال نمونه از قضیه و لم و تصاویر قرار می‌دهیم تا نتیجه و خروجی را مشاهده کنیم.

۲. تعاریف مقدماتی

نرم: فرض کنید X یک فضای برداری در میدان F باشد. یک نیم نرم روی X نگاشت $P : X \longrightarrow R$ است بطوریکه به ازای هر $x, y \in X$ وبه ازای هر $\alpha \in F$ داشته باشیم:

الف) $P(x) \geq$

ب) $P(\alpha x) = \alpha P(x)$

ج) $P(x + y) \leq P(x) + P(y)$ (خاصیت زیر جمعی)

با سه شرط فوق P یک نیم نرم بر X است و در صورت صدق کردن در د)اگر $x \neq$ $P(x) \neq$, P یک نرم است. **فضای نرم دار:** یک فضای برداری X مجهز به یک نرم $\|\cdot\|$ یک فضای برداری نرم دار یا یک فضای نرم دار گفته می شود.

فضای برداری R^n با نرم $\|x\| = (\sum_{i=}^{n} x_i)^{/}$ به ازای هر $x = (x, x, \cdots, x_n) \in R^n$ یک فضای نرم داراست.

فضای متریک: یک متر (فاصله) d روی یک مجموعه ناتهی X یک تابع $d : X \longrightarrow R$ با ویژگی های زیر می باشد:

الف) $d(x, y) \geq$ به ازای هر $x, y \in X$ و $x = y \iff d(x, y) =$

ب) $d(x, y) = d(y, x)$ به ازای هر $x, y \in X$

ج) $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$ به ازای هر $x, y, z \in X$ (نا مساوی مثلث)

زوج مرتب (X, d) را فضای متریک گویند. **نگاشت خطی:** فرض کنید X و Y دو فضای نرم دار باشد روی میدان F باشد.نگاشت $\varphi : X \longrightarrow Y$ را یک نگاشت به ازای هر $\alpha, \beta \in R$ و به ازای هر $x, y \in X$

$$T(\alpha x + \beta y) = \alpha T(x) + \beta T(y)$$

برقرار باشد.

عملگر ضرب $(x \in X \, , \, \lambda \neq)$ $\quad M_\lambda(x) = \lambda x$ نگاشت خطی است:

$$M_\lambda(\alpha x + \beta y) = \alpha M_\lambda(x) + \beta M_\lambda(y)$$

وعملگر انتقال $(a, x \in X)$ $\quad T_a(x) = a + x$ غیر خطی است:

$$T_a(\alpha x + \beta y) = a + \alpha x + \beta y$$

نگاشت دو خطی: فرض کنید X, Y, Z فضاهای نرم دار باشند.یک نگاشت $\varphi : X \times Y \longrightarrow Z$ دو خطی گفته می شوداگر:

الف)برای هر $y \in Y$ نگاشت $x \longrightarrow \varphi(x, y)$ خطی باشد.

ب)برای هر $x \in X$ نگاشت $y \longrightarrow \varphi(x, y)$ خطی باشد.

ضرب داخلی و جمع نگاشت های دو خطی هستند.

فضای باناخ: جبر: فضای برداری A روی میدان F را یک جبر نامیم ، هر گاه نگاشت دو خطی $\varphi : A \times A \longrightarrow A$ موجود باشد بطوریکه $\varphi(x, y) = x \cdot y$ و به ازای هر $x, y, z \in A$ و $\alpha \in F$ دارای ویژگی های زیر باشند:

الف) $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$

ب) $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z \quad , \quad (x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$

ج) $(\alpha x) \cdot y = \alpha(x \cdot y) = x \cdot (\alpha y)$ میدان F را میدان اسکالر A می نامند.اگر $F = R, A$ ررا جبر حقیقی و اگر $F = C, A$ را جبر مختلط می نامند.

$C(R)$ با ضرب نقطه ای یک جبر است.

جبر نرم دار: فرض کنید A یک جبر مجهز به یک نرم باشد، آنگاه A یک جبر نرم دار است اگر در ویژگی

$$\|a \cdot b\| \leq \|a\| \|b\|$$

چ صدق کند.

$C(R)$ با نرم سوپریموم یک جبر نرم دار است.

جبر باناخ: یک جبر نرم دار کامل را جبر باناخ گویند.

$C(R)$ یک جبر باناخ می باشد.

یک دار کردن جبر باناخ: اگر جبر باناخ A یک دار نبود می توان با الحاق یک همانی به آن ،آن را یک دار کرد.جبر باناخ یکدار شده به این روش را با $A^\sharp$ نمایش می دهند که جبر $A \oplus C$ است با عملگر جمع و ضرب اسکالر تعریف شده به صورت:

$$(a, \alpha) + (b, \beta) = (a + b, \alpha + \beta)$$

$$\beta(a, \alpha) = (\beta a, \beta \alpha)$$

$$(a, \alpha)(b, \beta) = (ab + a\beta + \alpha b, \alpha\beta) \qquad (\alpha, \beta \in C \, , \, a, b \in A)$$

با عملگر های تعریف شده در بالا یک جبر است.همچنین اگر A یک جبر نرم دار باشد، $A^\sharp$ نیز یک جبر نرم دار است با نرم

$$\|(a,\alpha)\| = \|a\| + |\alpha| \qquad a \in A, \alpha \in C$$

اگر A یک جبر باناخ باشد $A^\sharp$ نیز یک جبر باناخ می باشد.

$A^\sharp$ یک جبر باناخ یک دار است با همانی $(,)$ A **ـمدول چپ:** فرض کنید A یک جبر X یک فضای برداری روی میدان F باشد. X را یک A ـمدول چپ گویند هر گاه نگاشت دو خطی $a \centerdot x \longmapsto (a,x)$ از $A \times A$ به توی X موجود باشد بطوریکه:

$$a \centerdot (b \centerdot x) = (ab) \centerdot x$$

به همین ترتیب A ـمدول راست تعریف می شود.

۲.۱ قضیه اساسی تساوی

در این قسمت، یک قضیه می‌بینیم، [قضیه اساسی تساوی] برای هر عدد حقیقی $a \in \mathbb{R}$ داریم،

$$a = a. \qquad (۲.۱)$$

۲.۲ اثبات قضیه اساسی تساوی

در این قسمت، قضیه ۱۸.۲ را اثبات می‌کنیم. برای این کار به لم زیر احتیاج داریم. مربع هر عدد حقیقی، یک عدد حقیقی است. مربع عدد $\sqrt{}$، عدد است که یک عدد حقیقی است.

در اینجا برای اینکه مطالب بدیهی را نگفته باشیم، از اثبات قضیه و لم مورد نظر چشم‌پوشی می‌کنیم. فقط به شماره‌گذاری قضیه و لم و مثال توجه کنید. به نظر مؤلف، این روش شماره‌گذاری بهتر از این است که قضایا و لم‌ها و مثال‌ها و ...جداجدا شماره‌گذاری شوند.

. ۲.۱: شکل نمونه‌ای، آرم زیپرشین

کتاب‌نامه

[۱] *ParsiLaTeX*. http://parsilatex.com

[۲] Stoer, J. and Bulirsch, R. *Introduction to numerical analysis*, Vol. 12 of *Texts in Applied Mathematics*. Springer-Verlag, New York, third Ed., 2002. Translated from the German by R. Bartels, W. Gautschi and C. Witzgall.

Consult Dr. Supervisor Dr.

چکیده

، ، . .