فرض‌کنیم $G=(V,E)$ یک گراف ساده باشد. $k-$**رنگ‌آمیزی معتبر** از گراف G نگاشتی مانند $c:V(G)\rightarrow\{۱,۲,\ldots,k\}$ است، به‌طوری‌که برای هر یال uv در E، $c(u)\neq c(v)$. کوچک‌ترین عدد طبیعی k را که گراف G یک $k-$رنگ‌آمیزی معتبر داشته باشد، **عدد رنگی رأسی** G می‌نامیم و با نماد $\chi(G)$ نمایش می‌دهیم. به ازای هر $i\in\{۱,۲,,\ldots,k\}$، $V_i=c^{-۱}(i)$ را **کلاس رنگ** iام می‌نامیم. در واقع یک $k-$رنگ‌آمیزی از G یک افراز از رأس‌های G به k زیرمجموعه $V_۱,V_۲,\ldots,V_k$ است به‌طوری‌که برای هر i، $۱\leq i\leq k$، مجموعه V_i یک مجموعه مستقل در G است.

واضح است که همواره عدد رنگی بزرگ‌تر یا مساوی عدد خوشه‌ای خواهد بود و با الگوریتم حریصانه[۱] می‌توان یک کران بالا برای χ پیدا کرد.

قضیه ۲.۱. (بروکس،[۱۸]) فرض‌کنیم گراف G هم‌بند و گراف کامل و دور فرد نباشد. دراین‌صورت $\chi(G)\leq\Delta(G)$.

فرض‌کنیم $G=(V,E)$. منظور از $k-$رنگ‌آمیزی معتبر یالی از گراف G نگاشتی مانند $c:E(G)\rightarrow\{۱,۲,\cdots,k\}$ است، به‌طوری‌که برای هر دو یال مجاور $e_۱$ و $e_۲$، $c(e_۱)\neq c(e_۲)$. کوچک‌ترین عدد طبیعی k را که گراف G یک $k-$رنگ‌آمیزی یالی معتبر داشته باشد، **عدد رنگی یالی** G می‌نامیم و با نماد $\chi'(G)$ نمایش می‌دهیم.

تعریف ۳.۱. فرض‌کنیم برای هر رأس $v\in V(G)$، $L(v)$ لیستی از رنگ‌هایی باشد که می‌توان به رأس v نسبت داد. یک **لیست رنگی** f، یک رنگ‌آمیزی معتبر است به‌طوری‌که برای هر رأس v، $f(v)\in L(v)$. گراف G را $k-$**رنگ‌پذیر لیستی** می‌نامیم، هرگاه هر لیست k عضوی که به رئوس آن نسبت دهیم، یک لیست رنگی باشد. منظور از **عدد رنگی لیستی**، $\chi_l(G)$، کوچک‌ترین عدد kای است، به‌طوری‌که G، $k-$ رنگ‌پذیر لیستی باشد.

تعریف ۴.۱. فرض‌کنیم گراف $G=(V,E)$، $S\subseteq V(G)$ و c یک $k-$رنگ‌آمیزی از رأس‌های G باشد. اگر c را بتوان به‌طور منحصربه‌فرد از $c|_S$ به یک $k-$رنگ‌آمیزی G گسترش دهیم، دراین‌صورت S را یک **مجموعه تعیین‌کننده** برای G می‌نامیم. اندازه کوچک‌ترین مجموعه تعیین‌کننده را **عدد تعیین‌کننده‌ی** G می‌نامیم و با نماد $d(G,k)$ نشان می‌دهیم.

مفهوم مجموعه تعیین‌کننده در طرح‌های بلوکی و مربع‌های لاتین تعریف و مورد بررسی قرار گرفته است، [۱۶] و [۱۲]. مفهوم مجموعه تعیین‌کننده در رنگ‌آمیزی گراف‌ها برای اولین بار توسط دکتر محمودیان [۱۴] در سال ۱۹۹۵ تعریف شده است. طبق تعریف رنگ‌آمیزی، مجموعه تعیین‌کننده برای $k<\chi(G)$ تعریف نشده است و برای $k>\Delta(G)+۱$، $d(G,k)=|V(G)|$. بنابراین مقدار $d(G,k)$ به ازای $\chi(G)\leq k\leq\Delta(G)+۱$ غیر بدیهی است.

مثال ۵.۱. فرض‌کنیم P گراف پیترسن و G گراف شکل ۱.۱ باشند. دراین‌صورت $d(P,۳)=۴$ و $d(G,۳)=۲$.

مجموعه تعیین‌کننده رنگ‌آمیزی ارتباط نزدیکی با رنگ‌آمیزی لیستی گراف دارد. هر مجموعه تعیین‌کننده S، یک لیست رنگی بر روی رئوس گراف $<G-S>$ القاء می‌کند که با استفاده از این لیست رنگی، $<G-S>$ به‌طور

[۱] Greedy coloring