



دانشگاه تهران

دانشکده علوم ریاضی

گروه ریاضی محض

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته

ریاضی محض، گرایش آنالیز ریاضی

عنوان

دامنه توانی احتمالی برای فضاها فشرده پایدار

استاد راهنما

دکتر.....

استاد مشاور

دکتر.....

پژوهشگر

وحید دامن افشان

تقدیم به همه آشنایی که

می خوانند، بیشتر بدانند.

خدایا...

به من زیستنی عطا کن که در لحظه مرگ، بر بی‌ثمیری لحظه‌ای که برای زیستن گذشته است، حسرت نخورم و مُردنی عطا کن که بر بیهودگیش، سوگوار نباشم. بگذار تا آن را، خود انتخاب کنم، اما آنچنان که تو دوست می‌داری.

تو می‌دانی و همه می‌دانند که شکنجه دیدن بخاطر تو، زندانی کشیدن بخاطر تو و رنج بردن به پای تو تنها لذت بزرگ زندگی من است، از شادی توست که من در دل می‌خندم، از امید رهایی توست که برق امید در چشمان خسته‌ام می‌درخشد و از خوشبختی توست که هوای پاک سعادت را در ریه‌هایم احساس می‌کنم. نمی‌توانم خوب حرف بزنم. نیروی شگفتی را که در زیر کلمات ساده و جمله‌های ضعیف و افتاده، پنهان کرده‌ام دریاب، دریاب.

تو می‌دانی و همه می‌دانند که زندگی از تحمیل لبخندی بر لبان من، از آوردن برق امیدی در نگاه من، از برانگیختن موج شغفی در دل من، عاجز است.

تو، چگونه زیستن را به من بیاموز، چگونه مردن را خود خواهم آموخت.

به من توفیق تلاش در شکست، صبر در نومیدی، رفتن بی‌همراه، جهاد بی‌سلاح، کار بی‌پاداش، فداکاری در سکوت، دین بی‌دنیا، مذهب بی‌عوام، عظمت بی‌نام، خدمت بی‌نان، ایمان بی‌ریا، خوبی بی‌نمود، گستاخی بی‌خامی، قناعت بی‌غرور، عشق بی‌هوس، تنهایی در انبوه جمعیت، و دوست داشتن بی‌آنکه دوست بداند، روزی کن.

اگر تنها ترین تنها شوم، باز خدا هست

او جانشین همه نداشتن‌هاست...

سپاس‌گزاری...

سپاس خداوندگار حکیم را که با لطف بی‌کران خود، آدمی را زیور عقل آراست.
در آغاز وظیفه خود می‌دانم از زحمات بی‌دریغ استاد راهنمای خود، جناب آقای دکتر ...، صمیمانه
تشکر و قدردانی کنم که قطعاً بدون راهنمایی‌های ارزنده ایشان، این مجموعه به انجام نمی‌رسید.
از جناب آقای دکتر ... که زحمت مطالعه و مشاوره این رساله را تقبل فرمودند و در آماده سازی این
رساله، به نحو احسن اینجانب را مورد راهنمایی قرار دادند، کمال امتنان را دارم.
همچنین لازم می‌دانم از پدید آورندگان بسته زی‌پرشین، مخصوصاً جناب آقای وفا خلیقی، که این
پایان‌نامه با استفاده از این بسته، آماده شده است و نیز از آقای دکتر مرتضی فغفوری و آقای محمود امین‌طوسی
به خاطر پاسخ‌گویی به سوالاتم در مورد \LaTeX ، کمال قدردانی را داشته باشم.
در پایان، بوسه می‌زنم بر دستان خداوندگاران مهر و مهربانی، پدر و مادر عزیزم و بعد از خدا، ستایش
می‌کنم وجود مقدس‌شان را و تشکر می‌کنم از برادران عزیزم به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش
وجودشان، که در این سردترین روزگاران، بهترین پشتیبان من بودند.

وحید دامن‌افشان

شهریور ۱۳۸۸

نام خانوادگی: دامن افشان		نام: وحید
عنوان پایان نامه: دامنه توانی احتمالی برای فضاهای فشرده پایدار		
استاد راهنما: دکتر ... استاد مشاور: دکتر ...		
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: ریاضی محض گرایش: آنالیز ریاضی		
دانشگاه: تبریز		دانشکده: علوم ریاضی
تاریخ فارغ التحصیلی: تابستان ۱۳۸۹		تعداد صفحه: ۹۹
کلیدواژه‌ها: ارزیابی، دامنه توانی احتمالی، فضای فشرده پایدار		
چکیده <p>این پایان نامه، به بحث در مورد تناظر یک به یک بین فضاهای فشرده پایدار و فضاهای هاسدورف مرتب فشرده می پردازد. این تناظر به کلاس های معینی از توابع حقیقی مقدار روی این فضاها توسیع می یابد. این کار پایه ای برای روش های انتقال و نتایجی از آنالیز تابعی به محیط های غیر هاسدورف است. به عنوان کاربردی از این حالت، قضیه نمایش ریس، برای اثبات سراسر این واقعیت (مشهور) که هر ارزیابی روی یک فضای فشرده پایدار، بطور یکتا به یک اندازه رادون روی جبر بورل فضای هاسدورف فشرده متناظر توسیع می یابد، استفاده می شود.</p> <p>نظریه ارزیابی ها و اندازه ها، به عنوان تابعی های خطی معین روی فضاهای تابع، در نظر گرفتن یک توپولوژی ضعیف برای فضای همه ارزیابی ها را پیشنهاد می کند. اگر این موارد به حالت های احتمالی یا زیراحتمالی محدود شود، آنگاه فضای فشرده پایدار دیگری بدست می آید. به فضای مرتب فشرده متناظر، می توان به عنوان مجموعه اندازه های (احتمالی یا زیر احتمالی) همراه با توپولوژی ضعیف طبیعی آنها نگاه کرد.</p>		

فهرست مطالب

ج	فهرست مطالب
۱	۱ پیشینه پژوهش و تعاریف مقدماتی
۱	۱.۱ مقدمه
۳	۲ فضاهای فشرده پایدار و فضاهای مرتب فشرده
۳	۱.۲ فضاهای مرتب فشرده
۴	۲.۲ توپولوژی بالایی یک فضای مرتب فشرده
۵	۳ اندازه‌ها و ارزیابی‌ها
۵	۱.۳ اندازه‌ها و تابعی‌های خطی مثبت روی $C(X)$
۷	۴ توپولوژی‌های روی فضاهای اندازه‌ها و ارزیابی‌ها
۷	۱.۴ توپولوژی مبهم روی فضای اندازه‌ها
۱۰	مراجع
۱۵	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۱۶	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

مراجع

- [1] S. Abramsky, *Domain theory in logical form*, Ann. Pure Applied Logic 51 (1991) 1–77. [1](#)
- [2] S. Abramsky, A. Jung, *Domain theory*, in: S. Abramsky, D.M. Gabbay, T.S.E. Maibaum (Eds.), Handbook of Logic in Computer Science, Vol. 3, Clarendon Press, Oxford, 1994, pp. 1–68.
- [3] M. Alvarez-Manilla, *Measure theoretic results for continuous valuations on partially ordered spaces*, Ph.D. thesis, Imperial College, University of London, 2001. [2](#)
- [4] M. Alvarez-Manilla, A. Edalat, N. Saheb-Djahromi, *An extension result for continuous valuations*, J. London Math. Soc. 61 (2000) 629–640. [2](#)
- [5] G. Birkhoff, *Lattice Theory*, 3rd Edition, AMS Colloq. Publication, Vol. 25, American Mathematical Society, Providence, 1967. [1](#)
- [6] G. Choquet, *Theory of capacities*, Ann. Inst. Fourier, Grenoble 5 (1953) 131–296.
- [7] G. Choquet, *Lectures on Analysis*, Vol. 2, W. A. Benjamin Inc., London, 1969.
- [8] J. Desharnais, V. Gupta, R. Jagadeesan, P. Panangaden, *Metrics for labeled Markov systems*, in: J.C.M. Baeten, S. Mauw (Eds.), Proc. 10th Internat. Conf. on Concurrency Theory, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1664, Springer, Berlin, 1999, pp. 258–273.
- [9] D.A. Edwards, *On the existence of probability measures with given marginals*, Ann. Inst. Fourier, Grenoble, 28 (1978) 53–78. [9](#)
- [10] G. Gierz, K.H. Hofmann, K. Keimel, J.D. Lawson, M. Mislove, D.S. Scott, *A Compendium of Continuous Lattices*, Springer, Berlin, 1980.
- [11] G. Gierz, K.H. Hofmann, K. Keimel, J.D. Lawson, M. Mislove, D.S. Scott, *Continuous Lattices and Domains*, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Vol. 93, Cambridge University Press, Cambridge, 2003 (Revised and expanded edition of [GHK+80]).
- [12] K.H. Hofmann, *Stably continuous frames and their topological manifestations*, H.L. Bentley, H. Herrlich, M. Rajagopalan, H. Wolff (Eds.), Categorical Topology, Proc. 1983 Conf. Toledo, Sigma Series in Pure and Applied Mathematics, Vol. 5, Heldermann, Berlin, 1984, pp. 282–307.

- [13] A. Horn, A. Tarski, *Measures on Boolean algebras*, Trans. Amer. Math. Soc. 64 (1948) 467–497. [1](#)
- [14] C. Jones, *Probabilistic non-determinism*, Ph.D. thesis, University of Edinburgh, Edinburgh, 1990. Also published as Technical Report No. CST-63-90.
- [15] C. Jones, G. Plotkin, *A probabilistic powerdomain of evaluations*, in: Proc. 4th Annu. Symp. on Logic in Computer Science, IEEE Computer Society Press, 1989, pp. 186–195. [2](#)
- [16] A. Jung, *Cartesian Closed Categories of Domains*, CWI Tracts, Vol. 66, Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam, 1989. 107 pp.
- [17] A. Jung, *The classification of continuous domains*, in: Proc. 5th Annu. IEEE Symp. Logic in Computer Science, IEEE Computer Society Press, Silver Spring, MD, 1990, pp. 35–40.
- [18] A. Jung, *Stably compact spaces and the probabilistic powerspace construction*, in: J. Desharnais, P. Panangaden (Eds.), Proc. Workshop on Domain-theoretic Methods in Probabilistic Processes, Electronic Notes in Theoretical Computer Science, Vol. 87, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 2004.
- [19] A. Jung, R. Tix, *The troublesome probabilistic powerdomain*, in: A. Edalat, A. Jung, K. Keimel, M. Kwiatkowska (Eds.), Proc. 3rd Workshop on Computation and Approximation, Electronic Notes in Theoretical Computer Science, Vol. 13, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1998, p. 23 pages.
- [20] M. Kegelmann, *Continuous domains in logical form*, Ph.D. thesis, School of Computer Science, The University of Birmingham, 1999.
- [21] K. Keimel, *The probabilistic powerdomain for the upwards topology of compact ordered spaces*, J. Desharnais, P. Panangaden (Eds.), Proc. Workshop on Domain-theoretic Methods in Probabilistic Processes, Electronic Notes in Theoretical Computer Science, Vol. 87, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 2004.
- [22] O. Kirch, *Bereiche und Bewertungen*. Master’s thesis, Technische Hochschule Darmstadt, June 1993, 77pp.
- [23] H. König, *Measure and Integration*, Springer-Verlag, 1997, xxi+260 pp.
- [24] D. Kozen, *Semantics of probabilistic programs*, J. Comput. System Sci. 22 (1981) 328–350. [1](#)
- [25] J.D. Lawson, *Valuations on continuous lattices*, in: R.E. Hoffmann (Ed.), Continuous Lattices and Related Topics, Mathematik Arbeitspapiere, Vol. 27, Universität Bremen, 1982, pp. 204–225. [2](#)
- [26] J.D. Lawson, *The versatile continuous order*, in: M. Main, A. Melton, M. Mislove, D. Schmidt (Eds.), Mathematical Foundations of Programming Language Semantics, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 298, Springer, Berlin, 1988, pp. 134–160.
- [27] J.D. Lawson, *Domains, Integration, and Positive Analysis*. Mathematical Structures in Computer Science, 14 , 2004, 815–832.

- [28] M.A. Moshier, A. Jung, *A logic for probabilities in semantics*, in: J. Bradfield (Ed.), *Computer Science Logic, Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 2471, Springer, Berlin, 2002, pp. 216–231.
- [29] L. Nachbin, *Topology and Order*. Van-Nostrand, Princeton, N.J., 1965. [3](#)
- [30] B.J. Pettis, *On the extension of measures*, *Ann. Math.* 54 (1) (1951) 186–197. [1](#)
- [31] N. Saheb-Djahromi, *CPO's of measures for nondeterminism*, *Theoret. Comput. Sci.* 12 (1980) 19–37. [1](#)
- [32] D.S. Scott, *Outline of a mathematical theory of computation*, in: 4th Ann. Princeton Conf. Information Sciences and Systems, 1970, pp. 169–176.
- [33] D.S. Scott, *Domains for denotational semantics*, in: M. Nielson, E.M. Schmidt (Eds.), *International Colloquium on Automata, Languages and Programs, Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 140, Springer, Berlin, 1982, pp. 577–613.
- [34] M.B. Smyth, *Powerdomains and predicate transformers: a topological view*, in: J. Diaz (Ed.), *Automata, Languages and Programming, Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 154, Springer, Berlin, 1983, pp. 662–675. [1](#)
- [35] M.B. Smyth, *Topology*, S. Abramsky, D.M. Gabbay, T.S.E. Maibaum (Eds.), *Handbook of Logic in Computer Science*, Vol. 1, Clarendon Press, Oxford, 1992, pp. 641–761. [1](#)
- [36] F. Topsze, *Topology and Measure*, *Lecture Notes in Mathematics*, Vol. 133, Springer, Berlin, 1970. [7](#), [8](#)

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

Probabilistic.....	احتمالی
Valuation.....	ارزیابی
Measure.....	اندازه
Stably.....	پایدار
Weak Topology.....	توپولوژی ضعیف
Powerdomain.....	دامنه‌توانی
Function Space.....	فضای تابع
Semantic Domain.....	دامنه معنایی
Program Fragment.....	قطعه برنامه
Depo.....	مجموعه جزئاً مرتب کامل جهت‌دار
Ordered.....	مرتب

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

Dcpo.....	مجموعه جزئاً مرتب کامل جهت‌دار.....
Function Space.....	فضای تابع.....
Measure.....	اندازه.....
Ordered.....	مرتب.....
Powerdomain.....	دامنه‌توانی.....
Probabilistic.....	احتمالی.....
Program Fragment.....	قطعه‌برنامه.....
Semantic Domain.....	دامنه معنایی.....
Stably.....	پایدار.....
Valuation.....	ارزیابی.....
Weak Topology.....	توپولوژی ضعیف.....

Surname: Damanafshan		Name: Vahid	
Title: The probabilistic powerdomain for stably compact spaces			
Supervisor: ...			
Advisor: ...			
Degree: Master of Science		Subject: Pure Mathematics	
Field: Mathematical Analysis			
University of Tabriz		Faculty of Mathematical Sciences	
Date: 2009		Number of Pages: ۹۹	
Keywords: Probabilistic powerdomain; Stably compact space; Valuation			
<p>Abstract</p> <p>This paper reviews the one-to-one correspondence between stably compact spaces (a topological concept covering most classes of semantic domains) and compact ordered Hausdorff spaces. The correspondence is extended to certain classes of real-valued functions on these spaces. This is the basis for transferring methods and results from functional analysis to the non-Hausdorff setting.</p> <p>As an application of this, the Riesz Representation Theorem is used for a straightforward proof of the (known) fact that every valuation on a stably compact space extends uniquely to a Radon measure on the Borel algebra of the corresponding compact Hausdorff space.</p> <p>The view of valuations and measures as certain linear functionals on function spaces suggests considering a weak topology for the space of all valuations. If these are restricted to the probabilistic or sub-probabilistic case, then another stably compact space is obtained. The corresponding compact ordered space can be viewed as the set of (probability or sub-probability) measures together with their natural weak topology.</p>			



دانشگاه تبریز

University Of Tabriz
Faculty Of Mathematical Sciences

DISSERTATION SUBMITTED IN PARTIAL
FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE
DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE IN PURE MATHEMATICS

The probabilistic powerdomain for stably compact spaces

supervisor

...

Advisor

...

by

Vahid Damanafshan

2009