

فصل ۱

مقدمات

فصل اول

مقدمات

۱-۱ تاریخچه

هرگاه E یک زیرمجموعه از فضای برداری X و عملگر $T : E \rightarrow E$ داده شده باشد جواب های معادله $x = Tx$ به نقاط ثابت عملگر T یا نقاطی که در عملگر T تغییری به وجود نمی آورند معروف می باشند. مهم ترین موضوع برای تحلیل نظریه ی حل پذیری چنین عملگرهایی، قضیه نقطه ثابت است. وجود جواب مساله نقطه ثابت و امکان تقریب x توسط روش های تکراری از جمله مسائلی است که محققین زیادی به مطالعه و بررسی آن پرداخته و می پردازند. یکی از کاربردهای قضیه نقطه ثابت و روش های تکراری استفاده در حل دستگاه معادلات خطی $Ax = b$ است که در آن $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $x \in \mathbb{R}^n$ و $b \in \mathbb{R}^n$ معلوم می باشد. یک روش عملی برای ساختن روش های تکراری به منظور حل دستگاه معادلات خطی، استفاده از تجزیه ماتریس A به صورت $A = N - M$ است که در آن N به گونه ای انتخاب می شود که $Nx = k$ به راحتی و به طور یکتا برای هر بردار k قابل حل باشد. به این ترتیب با دوباره نویسی معادله اصلی به معادلات

$$x = N^{-1}Mx + N^{-1}b,$$

$$x_n = N^{-1}Mx_{n-1} + N^{-1}b.$$