

نظر به پیگیری قابل ستایش شما در سازگاری برآوردگر مطرح شده، بسط و قبض روش دوم که پیش از این ارسال شده بود بسیار معقول‌تر به نظر می‌رسد. در این نوشته سعی بر آن شده است که با بیانی هرچند ساده اما ریاضیاتی (از منظر حسابان و هندسه) موضوع سازگاری برآوردگر را بررسی کنیم. سعی شده است که تمام برابری‌ها دارای شماره ارجاع باشد که در صورت نیاز شما به پاسخگویی و یا بیان ایرادهای وارد، بتوان به سادگی به برابری خاصی اشاره کرد.

۱ تقریبی برای $m(h)$

همان‌طور که از تعریف پیداست، ۱۲۳۱۳۱۳ مجموع متناوبی از χ_j هاست که برابر با تعداد نقاط $\mathbf{t} \in S$ است که در شرایط زیر صدق می‌کنند:

- a) $Y(\mathbf{t}) = u$,
- b) $\dot{Y}_i(\mathbf{t}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N-1$,
- c) $\dot{Y}_N(\mathbf{t}) > 0$,
- d) index of $\mathbf{D}(\mathbf{t})$ is equal to j .

پس کافی است که تعداد این نقاط را بشماریم! این ایده‌ای است که نخستین بار توسط ۱۲۳۱۳۱۳۲ مطرح شد که در آن از تعداد گذرها (و به‌طور مشابه بالاگذرها) استفاده شده است. به بیانی دقیق‌تر، ف ۱۲۳۱۳۲۱۳ بازه‌ی $[0, 1]$ را به n قسمت برابر تقسیم کردند و برای شمارش از مجموع زیر استفاده کردند:

$$N(u) = \#\{t \in [0, 1] : Y(t) = u\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_i I\left\{Y\left(\frac{i}{n}\right) < u < Y\left(\frac{i+1}{n}\right) \text{ or reverse}\right\}. \quad (۱)$$

سپس، به‌ازای n به‌اندازه‌ی کافی بزرگ، تعداد گذرها^۱ محاسبه شد. چرا که به‌ازای n به‌اندازه‌ی کافی بزرگ، هر گذر در داخل بازه‌ای به‌شکل $(\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n})$ اتفاق می‌افتد که به‌وسیله‌ی تابع نشانگر شمرده می‌شود.

^۱ و نه تعداد نقاط تماس که در برابری نخست در (۱) ادعا شده است