



«بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ»

استفاده از روش بسط وینر-هرمیت در بررسی رفتار آماری جریان مغشوش برشی توسعه یافته و تراکم ناپذیر داخل کانال

اساتید راهنما:

دکتر بامداد لسانی

دکتر مهران تاج فر

اوژن پرهیزکاری

زمستان ۱۳۸۹



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

مقدمه

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

مقدمه

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● جریان آرام یک سیال نیوتونی، هموژن و تراکم ناپذیر \Leftarrow معادلات نویر-استوکس



مقدمه

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

- جریان آرام یک سیال نیوتونی، هموژن و تراکم ناپذیر \Leftarrow معادلات نویر-استوکس

- در حالت بدون بعد:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} - \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u}$$

Re : معیاری برای سنجش اهمیت نسبی نیروهای اینرسی و چسبندگی مولکولی.



مقدمه

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

- جریان آرام یک سیال نیوتونی، هموژن و تراکم ناپذیر \Leftarrow معادلات نویر-استوکس

- در حالت بدون بعد:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} - \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u}$$

Re : معیاری برای سنجش اهمیت نسبی نیروهای اینرسی و چسبندگی مولکولی.

- طبیعت پاسخ معادلات با تغییر $Re \Leftarrow$ آشوبناک و مغشوش در Re های بزرگتر



مقدمه

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

- جریان آرام یک سیال نیوتونی، هموژن و تراکم ناپذیر \Leftarrow معادلات نویر-استوکس

- در حالت بدون بعد:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} - \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u}$$

Re : معیاری برای سنجش اهمیت نسبی نیروهای اینرسی و چسبندگی مولکولی.

- طبیعت پاسخ معادلات با تغییر $Re \Leftarrow$ آشوبناک و مغشوش در Re های بزرگتر

- فرض: معادلات نویر-استوکس تقریب مناسبی برای جریان مغشوش

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● Re زیاد \Leftarrow رفتار آشوبناک \Leftarrow بستگی شدید به شرایط اولیه و مرزی

\Leftarrow پیش بینی ناپذیری بلند مدت



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● Re زیاد \Leftarrow رفتار آشوبناک \Leftarrow بستگی شدید به شرایط اولیه و مرزی

\Leftarrow پیش بینی ناپذیری بلند مدت

● جریان مغشوش: از نظر آماری خوش رفتار و پیش بینی پذیر

\Leftarrow توصیه: بررسی آماری جریان مغشوش



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● Re زیاد \Leftarrow رفتار آشوبناک \Leftarrow بستگی شدید به شرایط اولیه و مرزی

\Leftarrow پیش بینی ناپذیری بلند مدت

● جریان مغشوش: از نظر آماری خوش رفتار و پیش بینی پذیر

\Leftarrow توصیه: بررسی آماری جریان مغشوش

مثلاً مانند تئوری سینتیک گازها!



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● اما بررسی آماری جریان مغشوش به سراسری تئوری سینتیک گازها نیست:



معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● اما بررسی آماری جریان مغشوش به سراسری تئوری سینتیک گازها نیست:

- معادلات ممنتوم در نمایش سمبلیک:

$$L_1 u = -L_2 u u - L_3 p$$

L_1 ، L_2 و L_3 : عملگرهای دیفرانسیلی



معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● اما بررسی آماری جریان مغشوش به سراسری تئوری سینتیک گازها نیست:

- معادلات ممنتوم در نمایش سمبلیک:

$$L_1 u = -L_2 u u - L_3 p$$

L_1 ، L_2 و L_3 : عملگرهای دیفرانسیلی

- بعد از متوسط گیری مجموعه ای:

$$L_1 \langle u \rangle = -L_2 \langle u u \rangle - L_3 \langle p \rangle$$

اگر فقط $\langle u \rangle$ بود مشکلی نبود ولی الآن $\langle u u \rangle$ هم ظاهر شده: یک مجهول جدید!



معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

- اما بررسی آماری جریان مغشوش به سراسری تئوری سینتیک گازها نیست:

- معادلات ممنتوم در نمایش سمبلیک:

$$L_1 u = -L_2 u u - L_3 p$$

L_1 ، L_2 و L_3 : عملگرهای دیفرانسیلی

- بعد از متوسط گیری مجموعه ای:

$$L_1 \langle u \rangle = -L_2 \langle u u \rangle - L_3 \langle p \rangle$$

اگر فقط $\langle u \rangle$ بود مشکلی نبود ولی الآن $\langle u u \rangle$ هم ظاهر شده: یک مجهول جدید!

- معادله حاکم بر تابع ارتباط دو گانه ی سرعت:

$$L_1 \langle u u \rangle = -L_2 \langle u u u \rangle - L_3 \langle p u \rangle$$

اگر فقط $\langle u \rangle$ و $\langle u u \rangle$ بودند مشکلی نبود ولی الآن $\langle u u u \rangle$ هم اضافه شده است!



معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

- اما بررسی آماری جریان مغشوش به سراسری تئوری سینتیک گازها نیست:

- معادلات ممنتوم در نمایش سمبلیک:

$$L_1 u = -L_2 u u - L_3 p$$

L_1 ، L_2 و L_3 : عملگرهای دیفرانسیلی

- بعد از متوسط گیری مجموعه ای:

$$L_1 \langle u \rangle = -L_2 \langle u u \rangle - L_3 \langle p \rangle$$

اگر فقط $\langle u \rangle$ بود مشکلی نبود ولی الآن $\langle u u \rangle$ هم ظاهر شده: یک مجهول جدید!

- معادله حاکم بر تابع ارتباط دو گانه ی سرعت:

$$L_1 \langle u u \rangle = -L_2 \langle u u u \rangle - L_3 \langle p u \rangle$$

اگر فقط $\langle u \rangle$ و $\langle u u \rangle$ بودند مشکلی نبود ولی الآن $\langle u u u \rangle$ هم اضافه شده است!

- و الی آخر ...



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● غیر خطی بودن معادلات \Leftrightarrow بسته نشدن معادلات



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● غیر خطی بودن معادلات \Leftarrow بسته نشدن معادلات

\Leftarrow **مسأله ی بستار!** مسأله ای اساسی و رفع نشدنی



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

● غیر خطی بودن معادلات \Leftrightarrow بسته نشدن معادلات

\Leftarrow **مسأله ی بستار!** مسأله ای اساسی و رفع نشدنی

● **بررسی آماری** جریان مغشوش حتماً با **تقریباتی** برای **بستن معادلات** همراه خواهد بود



معرفی مسأله بستار در بررسی نظری یک جریان مغشوش

- غیر خطی بودن معادلات \Leftarrow بسته نشدن معادلات

\Leftarrow **مسأله ی بستار!** مسأله ای اساسی و رفع نشدنی

- **بررسی آماری** جریان مغشوش حتماً با **تقریباتی** برای **بستن معادلات** همراه خواهد بود

- تلاش برای رفع تقریبی مسأله ی بستار

\Leftarrow **نظریه ی جریان مغشوش (بحثی جدا از مکانیک سیالات)**



فهرست مطالب

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

روش های بررسی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش



روش های بررسی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- هدف ایده آل از یک حل آماری:
توزیع احتمال توابع مجهول \Leftarrow هر ویژگی آماری دلخواه آنها (متوسط، واریانس و ...)



روش های بررسی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- هدف ایده آل از یک حل آماری:
توزیع احتمال توابع مجهول \Leftarrow هر ویژگی آماری دلخواه آنها (متوسط، واریانس و ...)
یا از ابتدا یافتن هر ویژگی آماری مورد نظر از آن توابع مجهول



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

روش های بررسی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- هدف ایده آل از یک حل آماری:
توزیع احتمال توابع مجهول \Leftarrow هر ویژگی آماری دلخواه آنها (متوسط، واریانس و ...) یا از ابتدا یافتن هر ویژگی آماری مورد نظر از آن توابع مجهول
- مسأله ی بستار مانع از تحقق اهداف فوق میشود زیرا:
یافتن دقیق توابع توزیع احتمال سرعت و فشار (یا تمام ممانهای آنها) ممکن نیست



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

روش های بررسی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- هدف ایده آل از یک حل آماری:
توزیع احتمال توابع مجهول \Leftarrow هر ویژگی آماری دلخواه آنها (متوسط، واریانس و ...) یا از ابتدا یافتن هر ویژگی آماری مورد نظر از آن توابع مجهول
- مسأله ی بستار مانع از تحقق اهداف فوق میشود زیرا:
یافتن دقیق توابع توزیع احتمال سرعت و فشار (یا تمام ممانهای آنها) ممکن نیست
[چون معادلات حاکم بر رفتار آماری جریان بسته نیستند!]



روش های بررسی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- هدف ایده آل از یک حل آماری:
توزیع احتمال توابع مجهول \Leftarrow هر ویژگی آماری دلخواه آنها (متوسط، واریانس و ...) یا از ابتدا یافتن هر ویژگی آماری مورد نظر از آن توابع مجهول
- مسأله ی بستار مانع از تحقق اهداف فوق میشود زیرا:
یافتن دقیق توابع توزیع احتمال سرعت و فشار (یا تمام ممانهای آنها) ممکن نیست
[چون معادلات حاکم بر رفتار آماری جریان بسته نیستند!]
- از ممانهای توابع توزیع احتمال مجهول هرچه بیشتر حساب گردند بهتر است!



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

روش های بررسی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- هدف ایده آل از یک حل آماری:
توزیع احتمال توابع مجهول \Leftarrow هر ویژگی آماری دلخواه آنها (متوسط، واریانس و ...) یا از ابتدا یافتن هر ویژگی آماری مورد نظر از آن توابع مجهول
- مسأله ی بستار مانع از تحقق اهداف فوق میشود زیرا:
یافتن دقیق توابع توزیع احتمال سرعت و فشار (یا تمام ممانهای آنها) ممکن نیست
[چون معادلات حاکم بر رفتار آماری جریان بسته نیستند!]
- از ممانهای توابع توزیع احتمال مجهول هرچه بیشتر حساب کردند بهتر است!
- روشهای رفع مسأله ی بستار: تک نقطه ای و چند نقطه ای
- هر چه تعداد نقاط مکانی و زمانی لحاظ شده در محاسبات بیشتر باشد بهتر است!



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- روشهای تک نقطه ای: تمام کمیات در یک مکان و یک لحظه مقداردهی شده اند



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- روشهای تک نقطه ای: تمام کمیات در یک مکان و یک لحظه مقداردهی شده اند
- کمیات مورد نظر: مقادیر متوسط، توابع ارتباط دو گانه، توابع ارتباط سه گانه و ...



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- روشهای تک نقطه ای: تمام کمیات در یک مکان و یک لحظه مقداردهی شده اند
- کمیات مورد نظر: مقادیر متوسط، توابع ارتباط دو گانه، توابع ارتباط سه گانه و ...
- در معادلات حاکم بر این کمیات همواره: $\text{تعداد مجهولات} = ۱ + \text{تعداد معادلات}$



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- روشهای تک نقطه ای: تمام کمیات در یک مکان و یک لحظه مقداردهی شده اند
- کمیات مورد نظر: مقادیر متوسط، توابع ارتباط دو گانه، توابع ارتباط سه گانه و ...
- در معادلات حاکم بر این کمیات همواره: $\text{تعداد مجهولات} = ۱ + \text{تعداد معادلات}$
- زنجیره بینهایت معادلات باید جایی قطع گردد + ۱ معادله باید دستی اضافه شود



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- روشهای تک نقطه ای: تمام کمیات در یک مکان و یک لحظه مقداردهی شده اند
- کمیات مورد نظر: مقادیر متوسط، توابع ارتباط دو گانه، توابع ارتباط سه گانه و ...
- در معادلات حاکم بر این کمیات همواره: $\text{تعداد مجهولات} = ۱ + \text{تعداد معادلات}$
- زنجیره بینهایت معادلات باید جایی قطع گردد + ۱ معادله باید دستی اضافه شود
- تقریباً تمام روشهای معمول مهندسی تک نقطه ای هستند
- ۱ معادله اضافه در روشهای مهندسی معمولاً از فرضیه لزجت گردابه ای میآید:

در این فرضیه توابع ارتباط دو گانه سرعت تابع مشتقات مکانی متوسط سرعت هستند!



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- روشهای تک نقطه ای: تمام کمیات در یک مکان و یک لحظه مقداردهی شده اند
- کمیات مورد نظر: مقادیر متوسط، توابع ارتباط دو گانه، توابع ارتباط سه گانه و ...
- در معادلات حاکم بر این کمیات همواره: **تعداد مجهولات = ۱ + تعداد معادلات**
- زنجیره بینهایت معادلات باید جایی قطع گردد + ۱ معادله باید دستی اضافه شود
- تقریباً تمام روشهای معمول مهندسی تک نقطه ای هستند
- ۱ معادله اضافه در روشهای مهندسی معمولاً از **فرضیه لزجت گردابه ای** میآید:

در این فرضیه توابع ارتباط دو گانه سرعت تابع مشتقات مکانی متوسط سرعت هستند!

- البته نوشتن **توابع ارتباط دوگانه** بر حسب **سرعت متوسط** در روشهای مهندسی به معنی تک معادله ای بودن تمامی آنها نیست، گاهی مجهولات اضافه ای (مثل خود **ضریب لزجت گردابه ای**) در دل فرضیه ی مذکور مطرح میشود تا به معادلات بیشتری نیاز باشد (مثل روشهای $k - \epsilon$ و ...)



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

● روشهای چند نقطه ای: کمیات در چند مکان و چند لحظه مقداردهی شده اند



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- روشهای چند نقطه ای: کمیات در چند مکان و چند لحظه مقداردهی شده اند
- کمیات مورد نظر: مقادیر متوسط، توابع ارتباط دو گانه، توابع ارتباط سه گانه و ...



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- روشهای چند نقطه ای: کمیات در چند مکان و چند لحظه مقداردهی شده اند
- کمیات مورد نظر: مقادیر متوسط، توابع ارتباط دو گانه، توابع ارتباط سه گانه و ...
- توابع ارتباط چندگانه: ارتباط سرعت در یک نقطه با سرعت در چند نقطه ی دیگر



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

- روشهای چند نقطه ای: کمیات در چند مکان و چند لحظه مقداردهی شده اند
- کمیات مورد نظر: مقادیر متوسط، توابع ارتباط دو گانه، توابع ارتباط سه گانه و ...
- توابع ارتباط چندگانه: ارتباط سرعت در یک نقطه با سرعت در چند نقطه ی دیگر

بنابراین:

چند نقطه ای بودن روش



بسیار بیشتر بودن حجم محاسبات برای حل معادلات (انتگرال گیری از معادلات)

اما

به مراتب واقعی تر بودن اطلاعاتی که از فیزیک جریان مغشوش میدهد
(زیرا تقریبی که از توزیع احتمال سرعت و فشار میدهد واقعی تر است)



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

• برخی از روشهای چند نقطه ای:

- روش سری قطع شده
- خانواده ی روشهای شبه گوسی
- روش بسط وینر-هرمیت
- خانواده ی روشهای تأثیرگذاری مستقیم (بی واسطه)
- روشهای بازه‌نچارسازی

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی



روش سری قطع شده

- معادلات حاکم بر مقادیر متوسط و توابع ارتباط ۲ تا N گانه (که N دلخواه است) نوشته میشوند

- توابع ارتباط $N + 1$ گانه **صفر** قرار داده میشوند \Leftrightarrow معادلات بسته میشوند

- تنها برای Re های کوچک قابل قبول است که اغتشاشات به اندازه کافی کوچکند:

$$\langle u' u' \rangle \ll \langle u' u' u' \rangle \quad \text{و} \quad \dots$$



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

• برخی از روشهای چند نقطه ای:

- روش سری قطع شده
- خانواده ی روشهای شبه گوسی
- روش بسط وینر-هرمیت
- خانواده ی روشهای تأثیرگذاری مستقیم (بی واسطه)
- روشهای بازه نچارسازی



خانواده ی روشهای شبه گوسی

- جریان مغشوش هموژن و ایزوتروپ (ابر مغشوش **بدون شکل**)

$$\frac{\text{قضیه ی}}{\text{حدّ میانی}} \leftarrow \text{توزیع احتمال سرعت نزدیک به گوسی}$$

- توزیع احتمال سرعت کاملاً گوسی نیست
چون اگر بود $\langle u' u' u' \rangle = 0$ میشد و کشیدگی **گردابه ها** هرگز رخ نمیداد!

- فرض اساسی روشهای **شبه گوسی** \Leftrightarrow تابع ارتباط از مرتبه ای به بعد گوسی است
- معمولاً تا تابع ارتباط **سه گانه** را غیر گوسی و از آن به بعد را گوسی میگیرند



● فرض گوسی گرفتن سرعت خودش معادلات را خواهد بست

مثلاً با این فرض توابع ارتباط چهارگانه بر حسب توابع ارتباط دو گانه نوشته میشوند!

● عیب بزرگ این روش مشاهده ناپذیری ابتدا به ساکن آن است

● سهولت استفاده + اینکه گاهی جوابهای خوبی میدهند \Leftarrow روی آن زیاد کار شده است

اصلاحات انجام شده روی این روشها چندان هم پشتوانه ی فیزیکی ندارند!



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

• برخی از روشهای چند نقطه ای:

- روش سری قطع شده
- خانواده ی روشهای شبه گوسی
- روش بسط وینر-هرمیت
- خانواده ی روشهای تأثیرگذاری مستقیم (بی واسطه)
- روشهای بازه‌نچارسازی

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی



روش بسط وینر-هرمیت

● معادلات تصادفی نیستند \Leftarrow پاسخ آنها هم تصادفی نیست اما شاید **آشوبناک** باشد

● در بررسی آماری جریان روند کلی و متوسط جریان مورد نظر است و نه جزئیات آن



میتوان یک **فرایند تصادفی** با خواص آماری آن مشابه خواص آماری پاسخ واقعی را هم جای پاسخ معادلات در نظر گرفت

● این فرایند تصادفی را میتوان توسط یک مجموعه پایه برای فضای وقایع تصادفی به صورت یک **سری بینهایت** بسط داد (ویژگی هر فرایند دلخواه اگر پایه ها کامل باشند)

● پایه ها: **تابعهای هرمیت** (توابعی از متغیرهای گوسی) \Leftarrow روش: **بسط وینر-هرمیت**



- باید سریهای تصادفی در معادلات جایگذاری شوند
- تابعکهای هرمیت توسط **رابطه تعامد** بین آنها حذف گردند
- معادلاتی **غیرتصادفی** برای ضرایب سریهای بینهایت به دست آورد
- تعداد معادلات: بینهایت \Leftarrow باید این زنجیره ی بینهایت معادلات را جایی قطع کرد
- نگه داشتن تنها تعداد محدودی از جملات \Leftarrow تنها فرایندهای نزدیک به گوسی
- (مگر پایه ها عوض شوند)
- روشی بارزاً **صادق** و بدون **فرضهای آنچنانی** + از نظر تئوری **بهبود دقتش** ساده است
- به خودی خود **مشاهده پذیر** است + ویژگیهای مثبت دیگری که بعداً توضیح داده میشوند



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

• برخی از روشهای چند نقطه ای:

- روش سری قطع شده
- خانواده ی روشهای شبه گوسی
- روش بسط وینر-هرمیت
- خانواده ی روشهای تأثیرگذاری مستقیم (بی واسطه)
- روشهای بازه‌نارسازی

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی



خانواده ی روشهای تأثیرگذاری مستقیم (بی واسطه)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

● جریان مغشوش هموژن و ایزوتروپ: غیرواقعی (و حتماً مستهلک شونده)
 \Leftarrow نیاز به نیرویی مجازی، f ، برای مدلسازی تزریق انرژی از مقیاسهای بالاتر جریان

● تغییری کوچک در این میدان نیرو، $\delta f \Leftarrow$ تغییری کوچک در میدان سرعت، $\delta u'$

● δf کوچک \Leftarrow خطی سازی معادله حاکم بر $\delta u' \Leftarrow$ حل تحلیلی با روش تابع گرین

● تابع گرین \Leftarrow عملگر انتگرالی گرین $\xleftarrow[\text{نویر-استوکس}]{\text{اعمال روی معادله}}$ یک معادله ی انتگرالی

\Downarrow

$$G = \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{Re} \nabla^2 \right)^{-1}$$



- حدس پاسخ معادله انتگرالی: یک سری بر حسب توانهای صعودی Re
 - جمله ی اول: $\delta u'$ (پاسخ دقیق معادلات خطی سازی شده) \Leftarrow اثر ترمهای غیرخطی را ندارد
 - جملات بعدی سری اثر ترمهای غیرخطی معادلات را دارند
 - روش برای Re های بسیار بسیار کوچک دقیق است
 - سری با افزایش Re سریع واگرا میشود \Leftarrow بازهنجارسازی (بازمرتب سازی)
 - بازهنجارسازی \Leftarrow مجاز به قطع سری \Leftarrow جایگذاری در معادلات \Leftarrow یافتن ضرایب
 - این روش اغتشاشی برای Re های تا حدودی بالا هم خوب جواب میدهد (غیربدیهی!)
- این روش مشاهده پذیر است ولی اثبات آن خیلی غیربدیهی است
[پاسخ تقریبی این روش پاسخ دقیق یک مسأله ی دینامیکی ساده تر است!]



● **فرض:** برهم کنش مدهای فوری ی نزدیک به هم مهمتر است

⇐ صرفنظر از برهم کنش غیرمستقیم مدهای دور از هم

⇐ روش تقریبی تأثیرگذاری مستقیم!

● **شرایط اولیه:** **گوئی** ⇐ پیش بینی **کوتاه مدت** برای **دور شدن پاسخ** از **فرایند گوئی**

● **مزیتها:** غنای فیزیکی + مشاهده پذیری + قابل پیاده سازی در فضای فیزیکی + ...

● **عیبها:** پیچیدگی زیاد روش + حجم محاسبات زیاد + عدم سهولت در تعمیم + ...

- برخی از معایب تا حدودی در نسخه های بعدی روش اصلاح گشت

- برخی از آنها پیچیدگیشان زیادتیر شد ولی برخی قابل قبول تر شدند



برخی از روش های بررسی مسأله ی بستار در جریان مغشوش

• برخی از روشهای چند نقطه ای:

- روش سری قطع شده
- خانواده ی روشهای شبه گوسی
- روش بسط وینر-هرمیت
- خانواده ی روشهای تأثیرگذاری مستقیم (بی واسطه)
- روشهای بازه‌نارسازی



روشهای بازه‌نجارسازی

- روشهای اغتشاشی بازه‌نجارسازی شده (مهمترین مثال: روش تأثیرگذاری مستقیم)
- روشهای گروه بازه‌نجارسازی
 - مقیاسهای متفاوت در جریان مغشوش با هم کوپل هستند
 - مقیاسهای کوچکتر جریان: Re کمتر و رفتار آرامتر
 - ⇐ مقیاسهای بسیار کوچک تقریباً مستقل از مقیاسهای بزرگتر (نه برعکس)
 - ⇐ حل کامل این مقیاسها و جایگذاریشان در معادلات مقیاسهای بزرگتر
 - بازنویسی معادلات مقیاسهای بزرگتر به شکل معادلات اصلی و اولیه با تغییر متغیرهایی (بازه‌نجارسازی با نیم گروه تغییر مقیاس: تعریف ضریب لزجت مؤثر)
 - ⇐ تکرار بازه‌نجارسازی ⇐ مقیاسهای حل شده (↑) و مقیاسهای حل نشده (↓)
 - توقف این پروسه در مقیاسی مناسب و حل مقیاسهای باقی مانده با روش LES



انتخاب روش

انتخاب یک روش مناسب برای بررسی جریان مغشوش برشی تراکم ناپذیر

تا کنون برای کارهای مهندسی و کاربردی تنها از روشهای تک نقطه ای بهره گرفته میشود
(به علت سهولت و کمی حجم محاسبات)

و

روشهای چند نقطه ای تا کنون اکثراً محدود به جریانهای هموژن و ایزوتروپ میشدند

ظاهراً زمان آن رسیده است که از روشهای چند نقطه ای در صنعت هم استفاده شود!

● **مزیت اصلی:** بهبود دقت حل + یافتن درک بهتر از ساختار و رفتار جریانها

● **مزیت های فرعی:** نبود پارامتر تجربی در برخی روشهای چند نقطه ای + ...



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

انتخاب یک روش مناسب برای بررسی جریان مغشوش برشی تراکم ناپذیر

به دلایل زیر برای این پژوهش روش بسط وینر-هرمیت انتخاب میگردد:

● **صداقت فیزیکی**، از جمله اینکه:

- ذاتاً مشاهده پذیر است (با خود پاسخها کار میکند و نه ویژگیهای آمایشان)

- خالی از هر گونه فرض فیزیکی آنچنانی و مبهم است

- نیازی به کالیبراسیون با نتایج آزمایشگاهی ندارد

(پس یکسانی شکل معادلات نهایی در همه جای جریان و در تمام جریانها)

- قابل تعمیم به فرمهای کاملتر معادلات جریان (فرمهای تصادفی، تراکم پذیر و ...)

● **غناي فیزیکی**، از جمله اینکه:

- نسبت به تبدیلهای گاليله بی تغییر باقی میماند

- پاسخ افراز یکسان انرژی را میتوان در آن با تعداد محدودی جمله داشت

- چند مکانی و چند زمانی است \Leftarrow حافظه مکانی و زمانی جریان + ساختارهای آن



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

انتخاب یک روش مناسب برای بررسی جریان مغشوش برشی تراکم ناپذیر

• صداقت ریاضی، از جمله اینکه:

- دارای پایه ی **محکم ریاضی** در آنالیز تابعی در فضای وقایع تصادفی است
(و نه مثلاً بر اساس روشهای متزلزل و تحلیلی-تقریبی **بسطهای اغتشاشی**)

- تمام زوایای روش، گام به گام آن، مشخص است

- **دقت** آن بطور سیستماتیک قابل ارتقا است (با این پناهی که حجم محاسبات زیاد میشود)

• به لحاظ محاسباتی:

- به کمک مثلاً **روشهای اغتشاشی معمولی و هوموتوپی** میتوان جملات بیشتری از سری را نگه داشت

- میتوان این روش را **بازهنجارسازی** کرد (مثلاً **توابع هرمیت را تابع زمان گرفت** یا **ضرایب بسط را بازمقداردهی کرد**) تا حجم محاسبات کمتر شود

- نهایتاً هم میتوان جریان را به جای فرایند **گوسی** حول **فرایند دیگری** بسط داد



انتخاب یک روش مناسب برای بررسی جریان مغشوش برشی تراکم ناپذیر

خلاصه مقایسه ی کاربردی روش وینر-هرمیت با سایر روشهای بیان شده

فهرست مطالب:

معیار	تک نقطه ای	قطع سری	شبه گوسی	وینر-هرمیت	تأثیرگذاری مستقیم	گروه بازه‌نچارسازی
صداقت فیزیکی	ضعیف	متوسط	خیلی ضعیف	خیلی خوب	متوسط و ضعیف	متوسط
غنای فیزیکی	ضعیف	متوسط	متوسط	خیلی خوب	خیلی خوب و خوب	خوب
پاسخ نهایی	متوسط	خیلی ضعیف	خوب	خوب	خوب	خوب
صداقت ریاضی	ضعیف	خوب	ضعیف	خیلی خوب	خیلی ضعیف	خوب
حجم محاسبات	خیلی خوب	خوب	خوب	متوسط	خیلی بد، متوسط و خوب	متوسط

روش انتخابی: روش وینر-هرمیت

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی



توضیح روش انتخابی

توضیح مختصر روش وینر-هرمیت

خطوط کلی روش پیشتر توضیح داده شده است، فقط باید به نکات زیر هم دقت کرد:

- بسط وینر-هرمیت برای سرعت و فشار مثلاً به صورت زیر میتواند باشد:

$$u_i(\vec{x}, t) = U_i^0(\vec{x}, t) H_0 + \int U_i^1(\vec{x}, \vec{x}_1, t) H_1(\vec{x}_1) d\vec{x}_1 + \int \int U_i^2(\vec{x}, \vec{x}_1, \vec{x}_2, t) H_2(\vec{x}_1, \vec{x}_2) d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 + \dots$$

$$p(\vec{x}, t) = P^0(\vec{x}, t) H_0 + \int P^1(\vec{x}, \vec{x}_1, t) H_1(\vec{x}_1) d\vec{x}_1 + \int \int P^2(\vec{x}, \vec{x}_1, \vec{x}_2, t) H_2(\vec{x}_1, \vec{x}_2) d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 + \dots$$

- که تابعهای هرمیت به صورت زیر تعریف شده اند: $H_0 = 1$ و $H_1(\vec{x}) = n(\vec{x})$ و

$$H_j(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_j) = H_{j-1}(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_{j-1}) H_1(\vec{x}_j) - \sum_{i=1}^{j-1} H_{j-2}(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_{j-2}) \delta(\vec{x}_{j-1} - \vec{x}_j)$$

- این تابعها نسبت به تمام آرگمانهایشان متقارن هستند

- این تابعها نسبت به یکدیگر هم متعامد هستند (یعنی برای هر $j \neq k$ ، $\langle H_j H_k \rangle = 0$)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی



تاریخچه ی روش

تاریخچه استفاده از روش وینر-هرمیت برای جریان مغشوش

- **اوایل دهه ی ۶۰ و کمی قبل از آن:** شروع استفاده از این روش برای جریان مغشوش^۱
- **دهه ی ۶۰:** اوج کار بر روی این روش
تمرکز مطالعات روی **معادله ی برگر** و جریان مغشوش^۱ بعدی—به عنوان مدل آزمایشی^۲
- **اواخر دهه ی ۶۰:** مورد انتقاد جدی قرار گرفت به این مضمون که **قادر به دیدن آبشار انرژی نیست** و نباید سری را به این سادگی قطع کرد^۳

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

^۱Wiener, N. (1938) American Journal of Mathematics / Wiener, N. (1958) The Technology Press of MIT with John Wiley & Sons, Inc. / Siegel, A. et al. (1963) The Physics of Fluids, 1963 / ...

^۲Meecham, W.C. et al. (1964) The Physics of Fluids / Meecham, W.C. et al. (1968) Journal of Fluid Mechanics / Saffman, P.G. (1968) Rand Corporation, a Rand Memorandum RM-5711-ARPA / ...

^۳Orszag, S.A. et al. (1967) The Physics of Fluids / Crow, S.C. et al. (1970) Journal of Fluid Mechanics



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

تاریخچه استفاده از روش وینر-هرمیت برای جریان مغشوش

● **دهه ی ۷۰ به بعد:** کمتر مورد توجه قرار گرفت و بیشتر توسط توسعه دهنده ی اولیه آن (Meecham) و عده ای دیگر مانند Kraichnan پیگیری میشد

● **در دهه ی ۷۰:** اعلام شد که **ایراد نتایج گرفته شده در واقع از خود روش نیست** بلکه به **پیاده سازی آن روی معادله ی برگر** برمیگردد که جز در مواردی خاص رفتاری کاملاً غیرگوسی دارد،^۴ حال آنکه این روش تا حدودی شبه گوسی است و جریان مغشوش سه بعدی هم ظاهراً شبه گوسی باشد

● **از دهه ی ۷۰ به بعد:** باز توسعه ی روش ادامه یافت ولی این بار توسط محققین کمتری

^۴Jeng, D.-T. (1969) The Physics of Fluids / Clever, W.C. et al. (1972) The Physics of Fluids



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

تاریخچه استفاده از روش وینر-هرمیت برای جریان مغشوش

● دهه های ۷۰ و ۸۰ و ۹۰: جریان مغشوش هموژن و ایزوتروپ بررسی گردید، جوابهای خوبی هم گرفته شد^۵

● البته برای کاهش حجم محاسبات در اسلوب این روش هم کمی تغییر داده شده بود:
- بازه‌نجارسازی ضرایب (از طریق بازپخش انرژی بین جملات گوسی و غیرگوسی)
- بازه‌نجارسازی پایه های سری (با تابع زمان گرفتن پایه ها) تا پاسخ افراز یکسان با مثلاً حفظ تنها دو جمله از سری هنوز جواب دقیق معادلات غیرچسبنده باشد

● از سال ۲۰۰۱ به بعد: مطالعه جریان مغشوش با این روش از جهت اولیه اش منحرف شد و به بررسی نویر-استوکس تصادفی متوجه گشت (بسیار هم پرترفدار شد)

^۵Canavan, G.H. (1970) Journal of Fluid Mechanics / Clever, W.C. et al. (1972) The Physics of Fluids / Meecham, W.C. et al. (1975) The Physics of Fluids / Hogge, H.D. et al. (1978) Journal of Fluid Mechanics / Lee, C.-P. et al. (1982) The Physics of Fluids / Chung, T.-Ch. et al. (1989) Journal of Statistical Physics / Meecham, W.C. (1999) Journal of Marine Systems



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

فهرست مطالب:

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی

پیشنهاد موضوع رساله

تعیین موضوع و محدوده ی رساله

اکنون که روش تعیین شده است باید روی یک جریان مغشوش برشی ساده آزمایش شود
انتخاب این پژوهش: جریان مغشوش توسعه یافته و تراکم ناپذیر داخل یک کانال

● اهداف این پژوهش و انتظاراتی که از آن می رود:

- اعمال روش وینر-هرمیت به یک جریان مغشوش غیرهموژن و بررسی عملکرد آن
- بررسی کیفی میزان انحراف جریان مغشوش داخل کانال از یک فرایند گاوسی
- بررسی ساختار گردابه ای جریان مغشوش داخل کانال توسط توابع ارتباط سرعت
- در صورت امکان یافتن راهی بهینه برای کاهش حجم محاسبات



جدول زمان بندی

فهرست مطالب:

ردیف	عنوان فعالیت	سال ۱۳۸۹			سال ۱۳۹۰												سال ۱۳۹۱						
		۱۰ ماه	۱۱ ماه	۱۲ ماه	۱ ماه	۲ ماه	۳ ماه	۴ ماه	۵ ماه	۶ ماه	۷ ماه	۸ ماه	۹ ماه	۱۰ ماه	۱۱ ماه	۱۲ ماه	۱ ماه	۲ ماه	۳ ماه	۴ ماه	۵ ماه	۶ ماه	
۱	فرمولبندی مسأله (بسط حول فرایند گوسی)	✓	✓	✓		✓	✓																
۲	حل عددی مسأله با یک روش معمول عددی						✓	✓	✓														
۳	صحت سنجی نتایج و بررسی انحراف جریان از فرایند گوسی						✓	✓															
۴	تهیه ی مقاله						✓																
۵	حل عددی مسأله با روشهای اغتشاشی معمولی و هموتوبی				✓	✓	✓																
۶	صحت سنجی نتایج و بررسی انحراف جریان از فرایند گوسی				✓	✓																	
۷	تهیه ی مقاله					✓																	
۸	آماده کردن مطالب برای رساله و ارائه نسخه نخست به اساتید راهنما						✓							✓	✓								
۹	انجام اصلاحات اولیه رساله و پیش دفاع																			✓			
۱۰	انجام اصلاحات نهایی رساله و دفاع																				✓		

مقدمه

فهرست مطالب

روش های بررسی

انتخاب روش

توضیح روش انتخابی

تاریخچه ی روش

پیشنهاد موضوع رساله

جدول زمان بندی

تشکر و قدردانی



تشکر و قدردانی

باتشکر از توجه شما!

