

# فصل ۱

## پیشینه پژوهش و تعاریف مقدماتی

### ۱.۱ مقدمه

### ۲.۱ روش تصویری

روش تصویری<sup>۱</sup> [۱] به منظور پیدا کردن یک جواب تقریبی از یک زیر فضا استفاده می‌شود، که اغلب برای حل دستگاه‌های خطی بزرگ مورد استفاده قرار می‌گیرد. بدون کاستن از کلیت  $x = 0$  انتخاب می‌شود. در این روش جواب تقریبی  $x_m$  از یک فضای  $m$  بعدی  $J_m$ ، با شرط پترو-گالرکین<sup>۲</sup> که در زیر آمده، را پیدا می‌کند

$$b - Ax_m \perp L_m$$

یا بطور معادل

$$(b - Ax_m, w) = 0, \quad \forall w \in L_m, \quad (1.1)$$

که  $L_m$  زیرفضای  $m$  بعدی دیگری است. زیرفضای  $L_m$  یک زیرفضای جستجو است که شامل جواب تقریبی  $x_m$  می‌باشد و  $L_m$  زیرفضای

---

<sup>۱</sup> Projection method

<sup>۲</sup> Petrov-Galerkin

محدودیت‌ها در شرط پترو-گالرکین نامیده می‌شود. هر گاه  $J_m = L_m$  ، روش تصویری به روش تصویری متعامد تبدیل می‌شود، در غیر اینصورت روش تصویری اریب نامیده می‌شود.

فرض کنید  $\{v_1, \dots, v_m\}$  یک پایه برای  $J_m$  و  $V = [v_1, \dots, v_m]$  یک ماتریس  $N \times m$  باشد، همچنین  $\{w_1, \dots, w_m\}$  یک پایه برای  $L_m$  و  $W = [w_1, \dots, w_m]$  نیز یک ماتریس  $N \times m$  باشد. بنابر این اگر  $x_m \in J_m$  آن گاه  $x_m = Vy$  ، که  $y$  یک بردار  $m$  بعدی است.

متناظر با (۱.۱) می‌توان نوشت

$$W^T AVy = W^T b. \quad (2.1)$$

در صورت نامنفرد بودن ماتریس  $W^T AV$  ، داریم

$$x = Vy = V(W^T AV)^{-1} W^T b. \quad (3.1)$$

الگوریتم روش تصویری بصورت زیر است.

۱. تا همگرایی مراحل زیر را انجام دهید

(آ) زیرفضای  $J_m$  و  $L_m$  را انتخاب کنید

(ب) پایه‌های  $V = [v_1, \dots, v_m]$  و  $W = [w_1, \dots, w_m]$  را برای  $J_m$  و  $L_m$  انتخاب نمایید

(ج) قرار دهید  $r = b - Ax$  .

(د) قرار دهید  $y = (W^T AV)^{-1} W^T r$  .

(ه) قرار دهید  $x = x + Vy$  .

۲. پایان.

توجه داشته باشید که الگوریتم فوق در صورتی که  $W^T AV$  نامنفرد باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرد