بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه پیام نور
دانشکده علوم پایه
مرکز تبریز

پایان‌نامه
برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد
رشته ریاضی کاربردی، گرایش آنالیز عددی

عنوان:
حل عددی مرتبه بالاتر معادله انتگرال-دیفرانسیل تفاضلی فردهلم خطی با ضرایب متغیر

حبیبه ابوالحسنی

اساتید راهنما:
دکتر محمد شهریاری
و
دکتر علیرضا وحیدی

مهر ۱۳۹۳

تقدیم به

پدر مهربانم

اسوه صبر و استقامت

و همسر گرامیم

که تنها حامی و پشتوانه ام بوده اند.

سپاس‌گزاری

سپاس خدای را که حق ستایشش بالاتر از حد ستایشگران است و نعمت‌هایش فوق اندیشه‌ی شمارشگران، حق‌جویان کوشا از ادای حقش ناتوانند، و همت‌های دور پرواز آدمیان از درک و احاطه به مقام شامخش نارسا، و حوزه‌ی اعلای ربوبی‌اش از نفوذ هشیاری هشیاران به دور است.

خطبه ۱ نهج‌البلاغه

تشکر و قدردانی

انسان‌های بزرگوار کاری را به انجام می‌رسانند که هزاران زبان، توانای بیان و قدردانی آن نیستند. با زبان قاصرم می‌خواهم زحمات خانواده، اساتید و دوستان عزیزم را ارج بنهم. سپاس و قدردانی مخصوص از زحمات بی‌شایبه استاد عزیزم، جناب آقای دکتر محمد شهریاری که با صبری مثال‌زدنی راهنما و مشوقم بوده‌اند.

حبیبه ابوالحسنی

مهر ۱۳۹۳

نام خانوادگی دانشجو: ابوالحسنی — نام: حبیبه

عنوان پایان‌نامه: حل عددی مرتبه بالاتر معادله انتگرال-دیفرانسیل تفاضلی فردهلم خطی با ضرایب متغیر

استاد راهنمای اول: دکتر محمد شهریاری

استاد راهنمای دوم: دکتر علیرضا وحیدی سپیدان

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد

رشته تحصیلی: ریاضی کاربردی

گرایش: آنالیز عددی

دانشگاه: پیام نور مرکز تبریز — دانشکده: علوم پایه

تاریخ فارغ‌التحصیلی: ۱۳۹۳ — تعداد صفحات: ۱۲

واژه‌ها کلیدی: چندجمله‌ای‌های لژاندر، حل عددی، روش تاو، ماتریس مؤثر، معادله انتگرال-دیفرانسیل، معادله انتگرال دیفرانسیل تفاضلی فردهلم.

چکیده: هدف اصلی این پایان‌نامه، به کار بردن چندجمله‌ای‌های لژاندر برای حل معادله انتگرال-دیفرانسیل تفاضلی فردهلم خطی مرتبه بالاتر است. حل این معادله، معمولاً به روش تحلیلی مشکل است. روش ما شامل تبدیل مسأله به مجموعه معادلات خطی با بسط دادن و نزدیک کردن راه حل به چندجمله‌ای‌های لژاندر انتقال‌یافته با ضرایب نامعین است. ماتریس‌های مؤثر تأخیری و مشتق توأم با روش تاو، برای ارزیابی ضرایب نامعین چندجمله‌ای‌های لژاندر انتقال‌یافته مورد استفاده قرار می‌گیرند. مثال‌های ارایه شده، درستی و مناسب بودن روش حاضر را نشان می‌دهند و نتایج با روش‌های دیگر مقایسه می‌شود.

فهرست

۱ قضایا و مفاهیم مقدماتی ۱

۱.۱ مقدمه . . . ۱

۲ معادلات انتگرال-دیفرانسیل تفاضلی فردهلم خطی مرتبه بالاتر ۲

۱.۲ مقدمه . . . ۲

مراجع . . . ۴

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی . . . ۹

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی . . . ۱۰

فهرست جداول

فصل اول

قضایا و مفاهیم مقدماتی

۱.۱ مقدمه

یک معادله انتگرال، معادله‌ای است که در آن تابع مجهول $u(x)$ زیر علامت انتگرال قرار دارد. یک شکل عمومی معادله انتگرال به صورت زیر است:

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} K(x,t)u(t)dt, \tag{۱.۱}$$

فصل دوم

معادلات انتگرال-دیفرانسیل تفاضلی فردهلم خطی مرتبه بالاتر

۱.۲ مقدمه

همان‌طور که در فصل قبل اشاره شد معادلات انتگرال-دیفرانسیل در کاربردهای زیادی همچون مسایل مهندسی، فیزیک و بیولوژیک وغیره علاقه زیادی از اهل علم را به خود جلب کرده‌اند. روش‌های عددی حل معادلات انتگرال-دیفرانسیل فردهلم در بسیاری از تحقیقات و مطالعات بررسی شده‌اند. در سال‌های اخیر نیز، توجه زیادی به بررسی و مطالعه‌ی معادلات دیفرانسیل تفاضلی، از جمله معادلات شامل تغییرات تابع نامعین و مشتقات آن و همچنین معادلات انتگرال-دیفرانسیل تفاضلی معطوف شده است. این نوع معادلات بارها به عنوان یک مدل بیولوژی ریاضی و علوم فیزیک مطرح شده‌اند. معادله انتگرال دیفرانسیل نسبی یک مدل خوب برای الاستیسیته‌ی کشسان است. [۱۳]

مراجع

[۱] دکتر سعید فاریابی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزیی، انتشارات دانشگاه پیام نور، ۱۳۷۴

[2] M.A. Abdou, M.M. El-Borai, M.M. El-Kojok, Toeplitz matrix method and nonlinear integral equation of Hammerstein type, J. Comput. Appl. Math. 223 (2009) 765–776.

[3] A. Alipanah, M. Dehghan, Numerical solution of the nonlinear Fredholm integral equations by positive definite functions, Appl. Math. Comput. 190 (2007) 1754–1761.

[4] A. Alipanah, M. Dehghan, Numerical solution of the nonlinear Fredholm integral equations by positive definite functions, Appl. Math. Comput. 190 (2007) 1754-1761.

[5] Arion, M. L. Hbid and E. Ait Dads, Delay Differential Equations and Applications, 2006 springer.

[6] Atkinson. K. E,(1997), The Numerical Solution of Integral Equations of The Second Kind, Cambridge, Cambridge University Press.

[7] Aysegul Akyuz-Dascioglu and Mehmet Sezer A Taylor polynomial approach for solving high-order linear Fredholm integero-differential equations in the most general form, 16 Januarry 2007.

[8] E. Babolian, A. Shahsavaran, Numerical solution of nonlinear Fredholm integral equations of the second kind using Haar wavelets, J. Comput. Appl. Math. 225 (2009) 87–95.

[9] D.D. Bainov, M.B. Dimitrova, A.B. Dishliev, Oscillation of the bounded solutions of impulsive differential-difference equations of second order, Appl. Math. Comput. 114 (2000) 61-68.

[10] S.H. Behiry, H. Hashish, Wavelet methods for the numerical solution of Fredholm integro-differential equations, Int. J. Appl. Math. 11 (1) (2002) 27-35.

[11] C. Canuto, M.Y. Hussaini, A. Quarteroni, T.A. Zang, Spectral Methods in Fluid Dynamic, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.

[12] W. Dahmen, A. Kurdila, P. Oswald, Multiscale Wavelet Methods for Partial Differential Equations, Academic Press, 1997.

[13] M. Dehghan, Solution of a partial integro-differential equation arising from viscoelasticity, Int. J. Comput. Math. 83 (1) (2006) 123-129.

[14] M. Dehghan, A. Saadatmandi, A Tau method for the one-dimensional parabolic inverse problem subject to temperature overspecification, Comput. Math. Appl. 52 (2006) 933-940.

[15] M. Dehghan, A. Saadatmandi, Chebyshev finite difference method for Fredholm integro-differential equation, Int. J. Comput. Math. 85 (1) (2008) 123-130.

[16] M. Dehghan, F. Shakeri, Solution of an integro-differential equation arising in oscillating magnetic fields using He's homotopy perturbation method, Progr. In Electromagn. Res., PIER 78 (2008) 361-376.

[17] M. Dehghan, F. Shakeri, Solution of parabolic integro-differential equations arising in heat conduction in materials with memory via He's variational iteration technique, Comm. Numer. Methods Engrg. (2008) in press (doi:10.1002/cnm.1166).

[18] M. Dehghan, M. Shakourifar, A. Hamidi, The solution of linear and nonlinear systems of Volterra functional equations using Adomian-Pade technique, Chaos Solitons Fractals 39 (2009) 2509-2521.

[19] A. Golbabai, B. Keramati, Solution of non-linear Fredholm integral equations of the first kind using modified homotopy perturbation, Chaos Solitons Fractals 39 (2009) 2316–2321.

[20] C. D. Green, Integral equations methods, Barenes and Noble, New York (1969).

[21] M. Gulsu, M. Sezer, A Taylor polynomial approach for solving differential-difference equations, J. Comput. Appl. Math. 186 (2006) 349-364.

[22] M. Gulsu, M. Sezer, Approximations to the solution of linear Fredholm integro-differential-difference equation of high order, J. Franklin Inst. 343 (2006) 720-737.

[23] D. Gottlieb, M.Y. Hussaini, S. Orszag, in: R. Voigt, D. Gottlieb, M. Hussaini (Eds.), Theory and Applications of Spectral Methods for Partial Differential Equations, SIAM, Philadelphia, 1984.

[24] Hal Smith, An Introduction to Delay Differential Equations with Applications to the Life Sciences, 2011.

[25] C. Hwang, M.Y. Chen, A direct approach using the shifted Legendre series expansion for near optimum control of linear time-varying systems with multiple state and control delays, Internat. J. Control 43 (1986) 1673-1692.

[26] Hu. Z, Boundness of solutions to functional inteegro-differential, proc. Am. Math. Soc. 114(2)(1992).

[27] Z. Jackiewicz, M. Rahman, B.D. Welfert, Numerical solution of a Fredholm integro-differential equation modelling neural networks, Appl. Numer. Math. 56 (2006) 423-432.

[28] M. Javidi, A. Golbabai, Modified homotopy perturbation method for solving non-linear Fredholm integral equations, Chaos Solitons Fractals 40 (2009) 1408–1412.

[29] A. J. Jerri, Introduction to Integral equations with applications, Marcel Dekker, New York (1985).

[30] M.K. Kadalbajoo, K.K. Sharma, Numerical analysis of boundary-value problems for singularly-perturbed differential-difference equations with small shifts of mixed type, J. Optim. Theory Appl. 115 (2002) 145-163.

[31] S.L. Kalla, H.G. Khajah, Tau approximation method of the Hubbell rectangular source integral, Radiat. Phys. Chem. 59 (1) (2000) 17-21.

[32] Kress. R,(1999), Linear Integral Equations, Springer-Verlag.

[33] M. Lakestani, M. Razzaghi, M. Dehghan, Semiorthogonal wavelets approximation for Fredholm integro-differential equations, Math. Probl. Eng. 2006 (2006) 1-12.

[34] C. Lanczos, Trigonometric interpolation of empirical and analytic functions, J. Math. Phys. 17 (1938) 123-199.

[35] L. Lee, F.C. Kung, Shifted Legendre series solution and parameter estimation of linear delayed system, Internat. J. Systems Sci. 16 (1985) 1249-1256.

[36] D. Mirzaei, M. Dehghan, A meshless based method for solution of integral equations, Appl. Numer. Math. (2009) Corrected Proof, in press (Available online doi:10.1016/j.apnum.2009.12.003).

[37] S. Nas, S. Yalcinbas, M. Sezer, A Taylor polynomial approach for solving high order linear Fredholm integro-differential equations, Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. 31 (2) (2000) 213-225.

[38] Nemati. S, Lima. P. M, Ordokhani, Y., Numerical Solution of a class of two-dimensional nonlinear Volterra integral equations using Legendre polynomials, 2012.

[39] E.L. Ortiz, The Tau method, SIAM J. Numer. Anal. Optim. 12 (1969) 480-492.

[40] T.L. Saaty, Modern Nonlinear Equations, Dover Publications, Inc., New York, 1981.

[41] Saaty. T. L, Modern Nonlinear Equations, Dover publications, Inc. Newyork, 1981.

[42] A. Saadatmandi, M. Dehghan, Numerical solution of the one-dimensional wave equation with an integral condition, Numer. Methods Partial Differential Equations 23 (2007) 282-292.

[43] M. Sezer, M. Gulsu, A new polynomial approach for solving difference and Fredholm integro-difference equations with mixed argument, Appl. Math. Comput. 171 (2005) 332-344.

[44] Saadatmandi. Abbas, Dehghan Mehdi, Numerical solution of the higher-order linear Fredholm integro-differential-difference equation with variable cofficients (2010).

[45] M. Sezer, M. Gulsu, Polynomial solution of the most general linear Fredholm-Volterra integro differential-difference equations by means of Taylor collocation method, Appl. Math. Comput. 185 (2007) 646-657.

[46] M. Shakourifar, M. Dehghan, On the numerical solution of nonlinear systems of Volterra integro-differential equations with delay arguments, Computing 82 (2008) 241-260.

[47] A.M. Wazwaz, A First Course in Integral Equations, World Scientific, River Edge, NJ, 1997.

[48] A.M. Wazwaz, S.A. Khuri, Two methods for solving integral equations, Appl. Math. Comput. 77 (1996) 79-89.

[49] Wazwaz. A. M,(2011), Linear and Nonlinear Integral Equations methods and Applications, Singapore.

[50] A.M. Wazwaz, A reliable algorithm for solving boundary value problems for higher-order integro-differential equations, Appl. Math. Comput. 118 (2001) 327-342.

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

بسط تیلور .... Taylor expand

تبدیل لاپلاس .... Laplas conversion

توابع متعامد .... Orthogonal functions

توابع مولد .... Generating functions

چندجمله‌ای‌های چبیشف .... Chebyshev polynomials

چندجمله‌ای‌های لژاندر .... Legendre polynomials

حل عددی .... Numerical Solution

روش تاو .... Tau method

ضرایب ثابت .... Fined cofficients

ضرایب متغیر .... Variable cofficients

عملگر .... Operation

فضای برداری .... Vector space

ماتریش مؤثر .... Operational matrix

معادلات انتگرال-دیفرانسیل .... Differential integral equations

معادلات انتگرال دوبعدی ولترا .... Two-Dimentional Volterra integral equations

معادلات انتگرال دوبعدی فردهلم .... Two-Dimentional Fredholm integral equations

معادلات انتگرال-دیفرانسیل تفاضلی .... Differential-Difference integral equations

معادلات انتگرال منفرد .... Single integral equations

هسته .... Kernel

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

Chebyshev polynomials .... چندجمله‌ای‌های چبیشف

Differential-Difference integral equations .... معادلات انتگرال-دیفرانسیل تفاضلی

Difference integral equations .... معادلات انتگرال-دیفرانسیل

Fined cofficients .... ضرایب ثابت

Generating functions .... توابع مولد

Kernel .... هسته

Laplas conversion .... تبدیل لاپلاس

Logendre polynomials .... چندجمله‌ای‌های لژاندر

Numerical solution .... حل عددی

Operation .... عملگر

Operational matrix .... ماتریس مؤثر

Orthogonal functions .... توابع متعامد

Single integral equations .... معادلات انتگرال منفرد

Tau method .... روش تاو

Taylor expand .... بسط تیلور

Two-Dimentional Fredholm integral equations .... معادلات انتگرال دوبعدی فردهلم

Two-Dimentional volterra integral equations .... معادلات انتگرال دوبعدی ولترا

Variable cofficients .... ضرایب متغیر

Vector space .... فضای برداری

Surename: Abolhasani Name: Habibeh

Title: Numerical solution of the higher-order linear Fredholm integro-differential-difference equation with variable cofficients

Supervisors: Dr. Mohammad Shahriari and Dr. Alireza Vahidi

Degree: Master of Science Subject: Applied Mathematics Field: Optimal Control

Payame Noor University Faculty of Mathematical Sciences

Date: 2014 Number of pages: 12

keywords: Differential-integral equations, Fredholm Differential-Difference integral equations, Legendre polynomials, Numerical solution, Operational matrix, Tau method.

Abstract:

The main aim of this thesis is to apply the Legendre polynomials for the solution of the linear Fredholm integro-differential-difference equation of high order. This equation is usually difficult to solve analytically. Our approach consists of reducing the problem to a set of linear equations by expanding the approximate solution in terms of shifted Legendre polynomials with unknown coefficients. The operational matrices of delay and derivative together with the Tau method are then utilized to evaluate the unknown coefficients of shifted Legendre polynomials. Illustrative examples are included to demonstrate the validity and applicability of the presented technique and a comparison is made with existing results.

Payame Noor University
Faculty of Basic Sciences
Tabriz Center

Thesis Submitted for the Award of Master of Sciences

Department of Applied Mathematics

Numerical solution of the higher-order linear Fredholm integro-differential-difference equation with variable cofficients

Habibeh Abolhasani

Supervisors:
Dr. Mohammad Shahriyari
Dr. Alireza Vahabi sepidan

October 2014