

توزیع وایبل یکی از توزیع های پرکاربرد است و تا کنون تعمیم های گوناگونی از این توزیع معرفی و مطالعه شده اند. به عنوان مثال، مودهولکار و اسریواستوا^۱ (۱۹۹۳) توزیع وایبل نمایی شده را معرفی کردند. همچنین تعمیمی از توزیع وایبل با افزودن یک پارامتر شکل به آن تحت عنوان توزیع وایبل تعمیم یافته، توسط مودهولکار و کولیا (۱۹۹۴) معرفی شد. فمویه و همکاران (۲۰۰۵) نیز بتا وایبل چهار پارامتری را معرفی نمودند. متغیر تصادفی X دارای توزیع بتا وایبل با پارامترهای مثبت α ، β ، γ و c است اگر تابع احتمال آن به صورت زیر باشد.

$$f_{BW}(x) = \frac{c}{\gamma B(\alpha, \beta)} \left(\frac{x}{\gamma}\right)^{c-1} [1 - e^{-(x/\gamma)^c}]^{\alpha-1} e^{-\beta(x/\gamma)^c}, \quad x > 0.$$

فمویه و همکاران (۲۰۰۵) نشان دادند که توزیع بتا وایبل تک مدی است و معادلات نرمال برای دستیابی به برآوردگرهای درستنمایی ماکسیمم پارامترهای این توزیع را گزارش کردند. از جمله حالت های خاص توزیع بتا وایبل می توان به توزیع وایبل نمایی شده با قرار دادن $\beta = 1$ ، توزیع بتا وایبل با قرار دادن $\alpha = 1$ ، توزیع برنوع X با قرار دادن $c = 2$ و $\alpha = 1$ ، توزیع رایلی با قرار دادن $c = 2$ و $\alpha = 1$ ، توزیع بتا نمایی با قرار دادن $c = 1$ و توزیع نمایی با قرار دادن $\alpha = c = 1$ اشاره کرد. لی و همکاران (۲۰۰۷)^۲ برخی از ویژگی های توزیع بتا وایبل نظیر آنتروپی و تابع نرخ خطر این توزیع را مورد بحث قرار دادند. ویژگی تابع نرخ خطر توزیع های طول عمر همواره مورد توجه آماردانان بوده است. لی و همکاران (۲۰۰۷) اشاره کردند که توزیع بتا وایبل

فمویه و همکاران (۲۰۰۵) نشان دادند که توزیع بتا وایبل تک مدی است و معادلات نرمال برای دستیابی به برآوردگرهای درستنمایی ماکسیمم پارامترهای این توزیع را گزارش کردند. از جمله حالت های خاص توزیع بتا وایبل می توان به توزیع وایبل نمایی شده با قرار دادن $\beta = 1$ ، توزیع بتا وایبل با قرار دادن $\alpha = 1$ ، توزیع برنوع X با قرار دادن $c = 2$ و $\alpha = 1$ ، توزیع رایلی با قرار دادن $c = 2$ و $\alpha = 1$ ، توزیع بتا نمایی با قرار دادن $c = 1$ و توزیع نمایی با قرار دادن $\alpha = c = 1$ اشاره کرد. لی و همکاران (۲۰۰۷)^۳ برخی از ویژگی های توزیع بتا وایبل نظیر آنتروپی و تابع نرخ خطر این توزیع را مورد بحث قرار دادند. ویژگی تابع نرخ خطر توزیع های طول عمر همواره مورد توجه آماردانان بوده است. لی و همکاران (۲۰۰۷) اشاره کردند که توزیع بتا وایبل

- دارای تابع نرخ خطر ثابت است اگر $\alpha = c = 1$.
- دارای تابع نرخ خطر نزولی است اگر $\alpha c \leq 1$ و $c \leq 1$.
- دارای تابع نرخ خطر صعودی است اگر $\alpha c > 1$ و $c > 1$.
- دارای تابع نرخ خطر وانی شکل است اگر $\alpha c < 1$ و $c > 1$.
- دارای تابع نرخ خطر تک مدی (وانی شکل معکوس) است اگر $\alpha c > 1$ و $c < 1$.

این ویژگی بتا وایبل در میان سایر توزیع های طول عمر منحصر به فرد است زیرا تابع نرخ خطر این توزیع شامل تمام حالاتی است که می تواند برای هر توزیعی در نظر گرفته شود. کوردیرو و همکاران (۲۰۱۱) توانستند عبارتی کلی برای گشتاور مرتبه n ام این توزیع به صورت زیر به دست آورند:

$$E(X^n) = \frac{\gamma^n \Gamma(n/c + 1)}{B(\alpha, \beta)} \sum_{j=0}^n \binom{\alpha-1}{j} \frac{(-1)^j}{(\beta+j)^{\gamma/c+1}}$$

^۱ Mudholkar, G. S., Srivastava D. K.

^۲ Lee, C.

^۳ Lee, C.

که اگر α عددی صحیح باشد، برای مقادیر $j > \alpha - 1$ داریم $\binom{\alpha-1}{j}$ و اگر α عددی صحیح نباشد، $\binom{\alpha-1}{j}$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\binom{\alpha-1}{j} = \frac{(\alpha-1) \dots (\alpha-j)}{j!}$$

۱.۰ شکل تابع چگالی

۲.۰ بسط تابع چگالی و تابع توزیع

۳.۰ تابع چندک

۴.۰ تابع نرخ خطر

۵.۰ تابع مولد گشتاور

۶.۰ گشتاور

۷.۰ میانگین باقی مانده طول عمر

۸.۰ منحنی های بونفرونی ولورنز

۹.۰ انحراف میانگین از میانگین

۱۰.۰ انحراف میانگین از میانه

۱۱.۰ آماره های مرتب

۱۲.۰ شبیه سازی

توزیع بتا وایبل: فمویه و همکاران در سال (۲۰۰۵) توزیع بتا وایبل چهار پارامتری را معرفی کردند. متغیر تصادفی X دارای توزیع بتا وایبل با پارامترهای مثبت α ، β ، γ ، C است اگر تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر باشد.