

فهرست مطالب

۳	معرفی نمادهای مجانبی
۳	۱ نمادهای مجانبی
۳	۱.۱ نماد $big - O$
۴	۲.۱ نماد $big - \Omega$
۴	۱.۲.۱ زیربخش
۴	۲ نماد θ
۴	۳ نماد $small - o$
۴	۱.۳ زیربخش
۴	۱.۱.۳ زیربخش
۴	۴ نماد $small - \omega$
۵	۵ قضیه ماکزیمم گیری
۵	۱.۵ زیربخش

فصل اول

معرفی نمادهای مجانبی

۱ نمادهای مجانبی

ابزارهایی که توسط آنها می توان زمان اجرا و یا حافظه گرفته شده دو یا چند الگوریتم را با هم مقایسه نماییم.

۱.۱ نماد $big-O$

اگر $f : N \rightarrow R^+$ باشد آنگاه:

$$O(f(n)) = \{g : N \rightarrow R^+ | \exists c \in R^+, \forall n \in N (g(n) \leq cf(n))\}$$

$$f(n) = \begin{cases} n^3 & n < 1000 \\ 2n^2 & n \geq 1000 \end{cases}$$

$$O(n^2) = \{n^2, n \lg n, f(n), \dots\}$$

در شکل قبل حتی اگر f_2 صد برابر شود باز هم از $O(f_1)$ است. در شکل بالا اگر f_1 در یک ضریب ضرب شود داریم $f_2 \in O(f_1)$ ، پس چیزی که مهم است ضریب c نیست، مهم درجه است.

$big - O$ همان مفهوم کران بالا را دارد مثلاً برای حافظه مصرفی، $big - O$ کران بالای مصرف حافظه است. پس الگوریتمی مفید است که کران بالایی زمان اجرای آن پایین باشد.

۲.۱ نماد $big - \Omega$

متن

۱.۲.۱ زیر بخش

۲ نماد θ

۳ نماد $small - o$

۱.۳ زیر بخش

۱.۱.۳ زیر بخش

۴ نماد $small - \omega$

اگر $f : N \rightarrow R^+$ آنگاه:

$$\omega(f(n)) = \{g : N \rightarrow R^+ | \forall c > 0 \quad n \in N \quad g(n) \geq cf(n)\}$$

مثال: نشان دهید:

$$\omega(f(n)) \cap o(f(n)) = \emptyset$$

حل: اگر $g(n) \in \omega(f(n)) \cap o(f(n))$ آنگاه برای $d_0 > 0$ یک M_1 یک M_2 چنان موجود است که:

$$\forall n \geq M_1 \quad g(n) \geq d_0 f(n) \quad (g(n) \in \omega(f(n)))$$

حال برای $c_0 = \frac{d_0}{4}$ یک M چنان موجود است که:

$$\forall n \geq M_2 \quad g(n) \leq c_0 f(n) \quad (g(n) \in o(f(n))) \Rightarrow g(n) \leq \frac{d_0}{4} f(n) \Rightarrow$$

$$\forall n \geq \max\{M_1, M_2\} \quad \frac{d_0}{4} f(n) \geq d_0 f(n) \Rightarrow d_0 \geq 4d_0 \Rightarrow d_0 \leq 0$$

پس به تناقض رسیدیم، بنابراین حکم ثابت می شود.

۵ قضیه ماکزیمم گیری

۱.۵ زیر بخش