بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه شهید بهشتی
دانشکده .....

رساله دکتری

رشته ..... گرایش .....

• • • •

تقدیم به.....

رسیدن، به دانش است و به کردار نیک...

و بی دانش به کردار نیک هم نتوان رسید، که نیکی را پیشتر باید شناختن، آنگاه بجای آوردن. پس دانش به همه حال می باید تا به رستگاری توان رسیدن. و چون دانش راه آمد، به بهترین چیزها که آدمی را تواند بودن. و در اوّل آفرینش حاصل نیست و بعضی از آن بی رنج و اندیشه حاصل شود، پس هر آینه مهمتر چیزی باشد که در حاصل کردنش عمر گذرانند، لیکن برخی هست که بی اندیشه حاصل آید و بعضی را ناچار به اندیشه حاجت بود، و آنچه به اندیشه حاصل شود دانسته ای خواهد که در و اندیشه کنند تا این نادانسته بدان اندیشه که در آن دانسته کنند دانسته شود، و از هر دانسته هر نادانسته را نتوان شناخت، بلکه هر نادانسته را به دانسته ای که در خور او بود توان شناخت. و منطق آن علم است که در و راه انداختن نادانسته به دانسته دانسته شود...

پس منطق ناگزیر آمد بر جوینده ی رستگاری[1].

[1] مقدمه‌ی رساله‌ی منطق دانشنامه‌ی علائی، شیخ‌الرئیس ابن‌سینا

سپاس گزاری...

ستایش و سپاس مخصوص خداوند است که هر آنچه به دست آید در سایه عنایت اوست.

در آغاز می‌بایست از راهنمایی‌ها و زحمات دکتر..... قدردانی نمایم که با مهربانی و دلسوزی، کاستی‌ها را نادیده گرفته و صبورانه فرصت کسب تجربه در انتخاب موضوع تحقیقاتی دادند و گام به گام در به ثمر نشستن تحقیقات همراهی نمودند.

از دکتر ..... بسیار ممنونم که مدت سه ماه از دوره فرصت مطالعاتی را در موسسه ..... در شهر ..... میزبان من بودند و علاوه بر کارهای تحقیقاتی که انجام شد و به سرانجام رسید، از تجربیات علمی و درس‌های زندگیشان آموختم و میهمان نوازی خاطره‌انگیزی از ایشان به عنوان رییس ..... و اساتید و کارکنان موسسه برایم به جا ماند.

از دکتر ..... و ..... بابت کمک‌ها و راهنمایی‌های ارزنده‌شان در حوزه ..... که از دوران فرصت مطالعاتی چهارماهه در گروه ..... آغاز شده است و مشاوره‌های فراوانی که در زمینه‌های مختلف در اختیارم نهاده‌اند بسیار ممنونم به ویژه آنکه با راهنمایی ایشان مقاله‌ای به ثمر رسید و در کنفرانسی در دانشگاه ..... ارایه شد.

همچنین وظیفه خود می‌دانم از دکتر ..... که از کلاس‌ها و مشاوره‌های ارزشمندشان بهره برده‌ام و دکتر ..... به خاطر تشویق‌ها و راهنمایی‌هایشان در یادگیری .....، که منجر به ایجاد علاقه در من در انتخاب موضوع تحقیقاتی در حوزه ..... شد قدردانی نمایم.

به علاوه، می‌بایست مراتب قدردانی خود را از داوران گرامی، دکتر .....، دکتر .....، دکتر ..... و دکتر ..... اعلام کنم که قبول زحمت کردند و داوری رساله را پذیرفتند و در طول سالیان کارشناسی ارشد و دکتری از دانششان بهره‌ها برده‌ام.

در آخر لازم است که از همسرم قدردانی ویژه ای داشته باشم که در دوران تحصیل دکتری همکار و همراهم بوده و جریان زندگی را با سختی‌ها و شیرینی‌هایش پا به پای هم پیمودیم. همچنین خانواده خود و همسرم را لایق بالاترین سپاس‌ها می‌دانم که در این مسیر از هر گونه کمک و همیاری دریغ نورزیدند.

امیرحسین شرفی

آبان ۱۳۹۷

چکیده

در این رساله سعی بر آن است که خواننده پس از مطالعه مختصر پیشینه نظریه کوانتوم در فیزیک که به زبانی ساده بیان می‌شود، با ساختارهای جبری و منطقی که از ریاضیات این نظریه نشات گرفته‌اند آشنا شده و به گونه‌ای کاربردی ارتباط بین منطق و جبر کوانتمی را دریابد.

هدف: هر زمان یک ساختار جبری جدید معرفی می‌شود، یک سوال قابل توجه این است که آیا منطقی وجود دارد که این ساختار یک مدل جبری آن باشد؟ هدف اصلی این رساله معرفی منطق‌های متناظر با جبرهای کوانتمی است و به طور مشخص یافتن منطقی برای جبرهای اثر مشبکه است. همچنین در راه رسیدن به این هدف، علاوه بر بررسی ویژگی‌های متنوعی از جبر اثر مشبکه، ساختار جبری ضعیف‌تری نیز ارایه می‌شود.

روش‌شناسی پژوهش: با مشاهده ساختارهای جبری مشابه، به ویژه مشبکه متعامد ـ پیمانه‌ای، MV ـ جبر و EMV ـ جبر، از یک طرف نحوه‌ی ساخت منطق برای برخی از آنها و از طرف دیگر نحوه معرفی رابط استزام مناسب، فیلترها و ساختارهای جبری معادل بررسی شده و در رسیدن به نتایج مورد نظر به کار برده شده است.

یافته‌ها: ابتدا برخی مفاهیم جبر کوانتومی را آورده سپس با در نظر گرفتن بزرگترین چالش منطق کوانتومی دقیق، یعنی رابط استلزام، رویکردهای مختلف در ساخت دستگاه‌های منطقی را بررسی کرده و یکی از آنها را که انواع رابط استلزام را متحد می‌کند معرفی می‌کنیم.

در ادامه، با معرفی مفهوم جدید pt ـ استلزام به عنوان مشخص کننده‌ی رابط استلزام مناسب برای مشبکه‌های برگردان‌دار کراندار، نشان می‌دهیم که رابط استلزام ساساکی بهترین رابط استلزام قابل تعریف روی جبر اثر مشبکه است و با استفاده از این رابط استلزام یک رابط استلزام فازی روی جبر اثر مشبکه می‌سازیم.

سپس با پیدا کردن ویژگی های ساختاری جدید برای جبر اثر مشبکه و معرفی جبر اثر مشبکه ضعیف، منطق جبر اثر مشبکه را با کمک رابط استلزام ساساکی به دست آورده و تمامیت آن را اثبات می‌کنیم.

به علاوه، برای به دست آوردن ساختارهای خارج قسمتی جدید از روی جبر اثر مشبکه، برخی از انواع فیلترها را تعریف کرده و با استفاده از تعدادی مثال‌های جدید از جبر اثر مشبکه، روابط بین فیلترها را بررسی می‌کنیم و نشان می‌دهیم که در چه شرایطی MV ـ جبر یا مشبکه متعامد ـ پیمانه‌ای به‌دست می‌آید.

در نهایت EMV ـ جبر اثر تعمیم‌یافته را به عنوان جبری با عمل جزیی معادل با EMV ـ جبر معرفی می‌کنیم و نشان می‌دهیم که هر EMV ـ جبر اثر تعمیم‌یافته یا MV ـ جبر اثر است یا می‌تواند در یک MV ـ جبر اثر به عنوان ایده‌آل ماکسیمال نشانده شود.

نتیجه‌گیری: نتایج حاصل را به این صورت می‌توان خلاصه کرد: بهترین رابط استلزام روی جبر اثر مشبکه همانند مشبکه متعامد ـ پیمانه‌ای دوگان نگاشت ساساکی است، منطقی تمام برای این جبر با استفاده از پیکان ساساکی قابل تعریف است، با استفاده از فیلترها می‌توان ساختارهای خارج قسمتی معادل برخی جبرهای شناخته شده به دست آورد و می‌توان جبرهایی با عملگر جزیی معادل با EMV ـ جبرها معرفی کرد.

کلیدواژه‌ها: منطق کوانتومی دقیق و نادقیق، مشبکه متعامد ـ پیمانه‌ای، منطق جبر اثر مشبکه، پیکان ساساکی، فیلتر قوی (خارق العاده، استلزامی، استلزامی مثبت)، MV ـ جبر اثر، EMV ـ جبر اثر تعمیم یافته.

اصالت و مالکیت رساله

این‌جانب ..... دانش‌آموخته‌ی دکتری رشته ..... دانشکده ..... دانشگاه شهید بهشتی پدیدآور رساله با عنوان ..... با راهنمایی دکتر ..... گواهی و تعهد می‌کنم که بر پایه قوانین و مقررات، از جمله «دستورالعمل نحوه بررسی تخلفات پژوهشی» و همچنین «مصادیق تخلفات پژوهشی» مصوب وزارت علوم، تحقیقات و فناوری (۲۵ اسفند ۱۳۹۳):

- این رساله دستاورد پژوهش این‌جانب و محتوای آن از درستی و اصالت برخوردار است؛
- حقوق معنوی همه کسانی را که در به‌دست آمدن نتایج اصلی رساله تأثیرگذار بوده‌اند، رعایت کرده‌ام و هنگام کاربرد دستاورد پژوهش‌های دیگران در آن، با دقت و به‌درستی به آنها استناد کرده‌ام؛
- این رساله و محتوای آن را تاکنون این‌جانب یا کس دیگری برای دریافت هیچ‌گونه مدرک یا امتیازی در هیچ‌جا ارایه نکرده‌ایم؛
- همه حقوق مادی این رساله از آن دانشگاه شهید بهشتی است و آثار برگرفته از آن با وابستگی سازمانی دانشگاه شهید بهشتی منتشر خواهد شد؛
- در همه گام‌های انجام این رساله، هرگاه به اطلاعات شخصی افراد یا اطلاعات سازمان‌ها دسترسی داشته یا آنها را به کار برده‌ام، رازداری و اخلاق پژوهش را رعایت کرده‌ام.

تاریخ **امضا**

حقوق دانشگاه شهید بهشتی، ۱۳۹۷

این گزارش و همه حقوق مادی و محصولات آن (مقاله‌ها، کتاب‌ها، پروانه‌های اختراع، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها، تجهیزات ساخته شده و مانند آنها) بر پایه «قانون حمایت حقوق مؤلفان و مصنفان و هنرمندان» مصوب سال ۱۳۴۸ و اصلاحیه‌های بعدی آن و همچنین آیین‌نامه‌های اجرایی این قانون» از آن دانشگاه شهید بهشتی است و هرگونه استفاده از همه یا پاره‌ای از آن شامل نقل قول، تکثیر، انتشار، کاربرد نتایج، تکمیل و مانند آنها به صورت چاپی، الکترونیکی یا وسایل دیگر، تنها با اجازه نوشتاری دانشگاه شهید بهشتی شدنی است. نقل قول محدود در انتشارات علمی مانند کتاب و مقاله یا پایان‌نامه‌ها و رساله‌های دیگر با نوشتن اطلاعات کامل کتاب‌شناختی، نیازی به مجوز دانشگاه شهید بهشتی ندارد.

فهرست مطالب

۱ مقدمات ۱

۱.۱ فضای هیلبرت ۲

۲ استلزام‌های اساسی در جبر اثر مشبکه ۵

۳ نتیجه گیری و پیشنهادات ۹

نمایه ۱۱

مراجع ۱۳

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۱۵

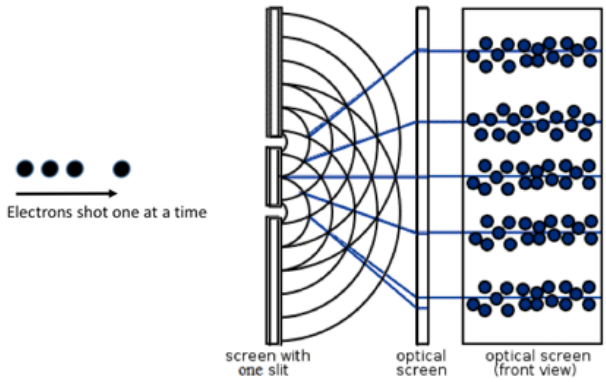
واژه‌نامه انگلیسی به فارسی ۱۷

فهرست مقاله‌های برگرفته از رساله ۱۹

فصل ۱

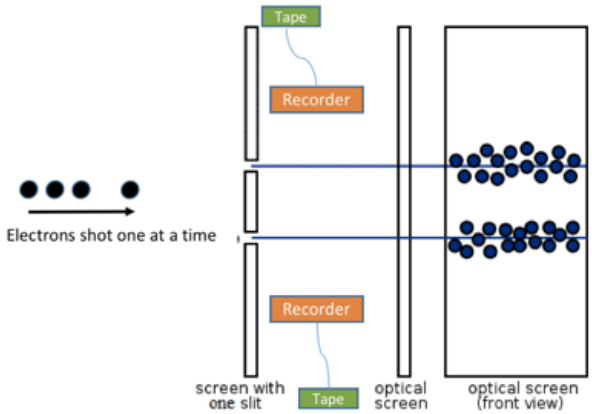
مقدمات

براساس فرمول‌بندی استاندارد مکانیک کوانتوم مبتنی بر فضای هیلبرت، گزاره‌هایی که حکایت از ویژگی‌های سیستم فیزیکی مورد مطالعه می‌کنند، توسط عملگرهای تصویری نمایش داده می‌شوند. این عملگرهای تصویری تشکیل یک مشبکه متعامد ـ پیمانه‌ای می‌دهند، ساختاری که اولین بار در مقاله مشهور بیرخف[۱] و فون نیومن[۲]، [۲]، به عنوان اصل‌بندی جبری مناسبی از گزاره‌های مرتبط با سیستم مکانیک کوانتومی، معرفی شده است. از این منظر، این جبر همتای جبر بولی است که همین نقش را برای فیزیک کلاسیک ایفا می‌کند.



[1] G. Birkhoff

[2] J. von Neumann



۱.۱ فضای هیلبرت

در این بخش به معرفی اجمالی از فضای هیلبرت می‌پردازیم ولی تنها به ذکر تعاریف مورد نیاز در این پایان‌نامه اکتفا می‌کنیم.

تعریف ۱.۱.۱. در فضای برداری V، عمل دوتایی $\langle\ ,\ \rangle$ را **ضرب داخلی** نامیم هرگاه در شرایط زیر صدق کند:

$$\langle x, y + \alpha z\rangle = \langle x, y\rangle + \alpha\langle x, z\rangle;$$

$$\langle x, y\rangle = \langle y, x\rangle^*$$

$$\langle x, x\rangle \geq 0$$

$$\langle x, x\rangle = 0 \implies x = 0.$$

که در آن $\langle y, x\rangle^*$ مزدوج $\langle y, x\rangle$ است.

تعریف ۲.۱.۱. در فضای برداری V، نگاشت $\|\ \| : V \to \mathbb{R}$ را **اندازه** گوییم هرگاه در شرایط زیر صدق کند:

$$\|v\| \geq 0;$$

$$\|v\| = 0 \implies v = 0;$$

$$\|\alpha v\| = |\alpha|\|v\|;$$

$$\|v + w\| \leq \|v\| + \|w\|.$$

تعریف ۳.۱.۱. یک فضای برداری اگر به ضرب داخلی مجهز شده باشد **فضای برداری ضرب داخلی** و اگر در آن اندازه تعریف شده باشد، **فضای اندازه‌دار** نامیده می‌شود. به علاوه همواره از روی ضرب داخلی به صورت زیر

می‌توان اندازه تعریف کرد:

$$\|x\| = \sqrt{\langle x.x\rangle}.$$

بنابراین هر فضای ضرب داخلی یک فضای اندازه‌دار است ولی برعکس این مطلب لزوما برقرار نیست.

تعریف ۴.۱.۱. یک فضای برداری را **کامل** گوییم هرگاه هر دنباله کشی در آن همگرا باشد. در این صورت، **فضای هیلبرت** یک فضای ضرب داخلی است که کامل باشد.

تعریف ۵.۱.۱. در فضای برداری V روی میدان F، نگاشت $T : V \to V$ را یک **عملگر خطی** نامیم هرگاه به ازای هر $\alpha \in F$ و $x, y \in V$ داشته باشیم:

$$T(x + \alpha y) = T(x) + \alpha T(y).$$

تعریف ۶.۱.۱. اگر عملگر خطی T را به شکل ماتریس نگاه کنیم، **الحاقی** آن به صورت $T^\dagger = (T^*)^t$ تعریف می‌شود که در آن $*$ درایه‌های ماتریس را مزدوج و t ماتریس را ترانهاده می‌کند. T را **خودالحاقی** یا **هرمیتی** نامیم هرگاه $T = T^\dagger$.

قرارداد: نمایش ستونی بردار v را به صورت $|v\rangle = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$ نشان می‌دهند و آن را **کت**[3] v و نمایش سطری $\langle v| = \begin{pmatrix} v_1^* & \cdots & v_n^* \end{pmatrix}$ را **برا**[4]ی v می‌نامند.

تعریف ۷.۱.۱. (i) عملگر خطی P را **عملگر تصویرگر** گویند هرگاه $P^2 = P = P^\dagger$، یعنی هم خودتوان باشد و هم خودالحاقی. (ii) عملگر خطی E را **عملگر مثبت** گویند هرگاه به ازای هر بردار v داشته باشیم $\langle v|T|v\rangle \geq 0$.

اثبات شده است که یک عملگر خودالحاقی است اگر و فقط اگر به ازای هر بردار v مقدار $\langle v|T|v\rangle$ حقیقی باشد. در این صورت هر عملگر مثبت یک عملگر خودالحاقی است.

[3] ket

[4] bera

فصل ۲

استلزام‌های اساسی در جبر اثر مشبکه

در دو مقاله [۵، ۶] شرایط کمینه استلزام اساسی برای مشبکه متعامدـ پیمانه‌ای توسط هاردگری[1] به صورت زیر به دست آمده است:

(E) $a \leq b$ اگر و فقط اگر $a \to b = 1$؛

(MP) $a \wedge (a \to b) \leq b$؛

(MT) $b' \wedge (a \to b) \leq a'$؛

(NG) $a \wedge b' \leq (a \to b)'$؛

(R) عمل دوتایی $*$ وجود دارد که، برای هر a، b و c، $a * c \leq b$ اگر و فقط اگر $c \leq a \to b$.

در ابتدا به نظر می‌رسد که می‌توانیم این شرایط را به عنوان شرایط کمینه رابط استلزام اساسی در هر مشبکه بازگشتی کران‌دار از جمله جبر اثر مشبکه در نظر بگیریم. لیکن با وجود اینکه پیکان ساساکی در برخی مقالات از جمله [۷، ۴] به عنوان رابط استلزامی مناسب برای جبر اثر مشبکه استفاده شده است، مثال‌های زیر نشان می‌دهد که پیکان‌های ساساکی و دیشکانت، تعریف شده برای جبر اثر مشبکه، لزوما در شرایط (MP)، (MT) و (NG) صدق نمی‌کنند.

مثال ۲.۰.۱. جبر اثر مشبکه $(E; +, 0, 1)$ را در نظر بگیرید که در آن $E = \{0, a, b, c, d, 1\}$ و $+$ به صورت زیر تعریف شده است

[1] Hardegree

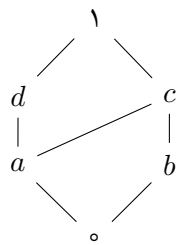
$+$	$\circ$	a	b	c	d	1
$\circ$	$\circ$	a	b	c	d	1
a	a	d	c	1	$-$	$-$
b	b	c	$-$	$-$	1	$-$
c	c	1	$-$	$-$	$-$	$-$
d	d	$-$	1	$-$	$-$	$-$
1	1	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$

به علاوه ترتیب القا شده در شکل ۱.۲ به تصویر کشیده شده است که از آنجا موارد نقض زیر نتیجه می‌شود:

$c \wedge (c \to_s b) \nleq b$ $\qquad$ $c \wedge (c \to_d b) \nleq b$

$a' \wedge (d \to_s a) \nleq d'$ $\qquad$ $d' \wedge (c \to_d d) \nleq c'$

$c \wedge a' \nleq (c \to_s a)'$ $\qquad$ $c \wedge a' \nleq (c \to_d a)'$



شکل ۱.۲:

بنابراین نیاز است تا این شرایط را به شرایطی مناسب برای رابط‌های استلزام اساسی در مشبکه بازگشتی کران‌دار تعمیم دهیم. همان‌طور که از منطق فازی می‌دانیم tـ نرم‌ها جانشین‌های خوبی برای $\wedge$ هستند پس می‌توان این شرایط مینیمم را با استفاده از tـ نرم‌ها به جای $\wedge$ تعمیم داد. به علاوه، می‌توان مفهوم tـ نرم جزیی را برای جبرهای با عملگرهای جزیی تعریف کرد.

تعریف ۲.۰.۲. [۱] فرض کنید L یک مشبکه کران‌دار باشد. عملگر دوتایی Δ روی L را tـ نرم روی L نامیم هرگاه ویژگی‌های زیر برقرار باشند:

(i) $1\Delta a = a$؛

(ii) $a\Delta b = b\Delta a$؛

(iii) $a\Delta(b\Delta c) = (a\Delta b)\Delta c$؛

(iv) اگر $a \leq b$ و $c \leq d$ آنگاه $a\Delta c \leq b\Delta d$.

تعریف ۳.۰.۲. فرض کنید L یک مشبکه کران‌دار باشد. عملگر جزیی دوتایی Δ روی L را tـ نرم جزیی روی L نامیم هرگاه ویژگی‌های زیر برقرار باشند:

(i) $۱\Delta a = a$؛

(ii) اگر $a\Delta b$ تعریف شده باشد، آنگاه $b\Delta a$ نیز تعریف شده باشد و $a\Delta b = b\Delta a$؛

(iii) اگر $b\Delta c$ و $a\Delta(b\Delta c)$ تعریف شده باشند، آنگاه $a\Delta b$ و $(a\Delta b)\Delta c$ نیز تعریف شده باشند و $a\Delta(b\Delta c) = (a\Delta b)\Delta c$؛

(iv) اگر $a \leq b$، $c \leq d$ و $a\Delta c$ و $b\Delta d$ تعریف شده باشند، آنگاه $a\Delta c \leq b\Delta d$.

فصل ۳

نتیجه گیری و پیشنهادات

نقطه آغازین رساله حاضر مقاله‌ی [۴] بود که در آن ساختار جدید CI ـ مشبکه روی جبر اثر مشبکه به عنوان مدلی بالقوه برای منطقی نااستاندارد معرفی شده است. در این مقاله عمل‌های ضرب ساساکی، پیکان ساساکی و متمم متعامد، مشتق شده از جبر اثر مشبکه، به ترتیب متناظر با عملگرهای عطف، استلزام و نقیض منطق در نظر گرفته شده و با استفاده از این خاصیت که ضرب ساساکی و پیکان ساساکی دوگان یکدیگرند، روابط بین این عمل‌ها بررسی می‌شود.

در ادامه این سیر تحقیقاتی، می‌توان مقاله فولیس و پولمانوا [۳] را، که به معرفی جبرهای شبه اثر مشبکه می‌پردازد، مبنا قرار داد و از اینکه دو رابط استلزام با خاصیت مانده‌ای موجود است، منطق زیرساختاری برای این جبر معرفی کرد. به علاوه، از آنجا که برای جبر بول تعمیم یافته منطقی زیرساختاری موجود است، می‌توان ارایه منطقی زیرساختاری برای EMV ـ جبرها را به عنوان موضوع تحقیقاتی دیگر در نظر گرفت.

نمایه

ا

اندازه، ۲

ض

ضرب داخلی، ۲

ع

عملگر

الحاقی، ۳

تصویرگر، ۳

خطی، ۳

خودالحاقی، ۳

مثبت، ۳

هرمیتی، ۳

ف

فضای برداری

اندازه‌دار، ۳

ضرب داخلی، ۳

کامل، ۳

فضای هیلبرت، ۳

مراجع

[1] Bedregal, B. and Santos, H. S. T-norms on bounded lattices: t-norm morphisms and operators. pages 16–21. arXiv:quant-ph/9902042v2, 2006. 6

[2] Birkhoff, G. and von Neumann, J. The logic of quantum mechanics. *The Annals of Mathematics*, 37(4):823–843, 1936. 1

[3] Foulis, D. J. and Pulmannová, S. Lattice pseudoeffect algebras as double residuated structures. *Soft Computing*, 15(12):2479–2488, 2011. 9

[4] Foulis, D. J. and Pulmannová, S. Logical connectives on lattice effect algebras. *Studia Logica*, 100(6):1291–1315, 2012. 5, 9

[5] Hardegree, G. M. An axiom system for orthomodular quantum logic. *Studia Logica*, 40(4):1–12, 1981. 5

[6] Hardegree, G. M. Material implication in orthomodular (and boolean) lattices. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 22(2):163–182, 1981. 5

[7] Zhou, X. N., Li, Q. G., and Wang, G. J. Residuated lattices and lattice effect algebras. *Fuzzy Sets and system*, 158(8), 2007. 5

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

ثابت پلانک ..... Planck's constant
جبر اثر ..... effect algebra
همنهشتی CI ـ مشبکه ..... CI-lattice congruence
CI ـ مشبکه ..... CI-lattice
D ـ ایده‌آل ..... D-ideal
ℓ ـ گروه ..... ℓ-group
ℓ ـ گروه یکه دار ..... unital ℓ-group

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

جبر اثر ..... effect algebra
CI ـ مشبکه ..... CI-lattice
همنهشتی CI ـ مشبکه ..... CI-lattice congruence
D ـ ایده‌آل ..... D-ideal
ℓ ـ گروه ..... ℓ-group
ثابت پلانک ..... Planck's constant
ℓ ـ گروه یکه دار ..... unital ℓ-group

فهرست مقاله‌های برگرفته از رساله

مقاله‌ها به ترتیب استفاده در رساله به شرح زیر هستند:

[1] .....

[2] .....

[3] .....

[4] .....

کارگاه‌ها و همایش‌هایی که ارایه مرتبط با رساله داشته‌ام:

[1] .....

[2] .....

..... دانش‌آموخته‌ی دکتری تخصصی رشته ..... از دانشگاه ..... در گرایش ..... در سال ..... است. او در سال ..... کارشناسی ارشد خود را از دانشگاه ..... در رشته ..... گرایش ..... و کارشناسی خود را در سال ..... از دانشگاه ..... در رشته ..... دریافت کرد. زمینه‌های پژوهشی او .....، ..... و ..... هستند.

Abstract

In this thesis, after a brief review on a background of quantum theory in physics in simple words, our attempt is the reader get familiar with algebraical and logical structures originated from the mathematics of this theory and comprehend the relation between quantum algebra and logic in a practical way.

The aim: Whenever, a new algebraical structure is defined, a significant question arises: is there any logic for which this structure would be an algebraic model? the original goal of this thesis is to introduce the logical systems correspond to quantum algebras and particularly to find a logic for lattice effect algebras. Furthermore, to reach this goal, more than investigating on many properties of lattice effect algebras, we will introduce a weaker algebraic structure.

The methodology of research: Observing similar algebraic structures, especially orthomodular lattices, MV-algebras and EMV-algebras, it is investigated, in one hand, the way of constructing the logical systems on some of these algebras, on the other hand, the way of defining implication connective, filters and equivalent algebraic structures. Then these are used to reach the intended results.

Results: First, we bring some algebraic quantum concepts as an introduction then considering the biggest challenge in sharp quantum logic, i.e. implication connectives, we will investigate on diverse approaches of constructing logical systems which follows by introducing the one that unifies all kinds of implication connectives.

Further, defining a new concept, pt-implication, as a characterization of a suitable implication connective for bounded involutive lattices, we will show that Sasaki arrow is the best implication definable on lattice effect algebras and, using this connective, we will construct a fuzzy implication on lattice effect algebras. Then, finding new structural properties for lattice effect algebra and defining a weak lattice effect algebra, we will introduce by Sasaki arrow a logic for lattice effect algebras, and prove its completeness.

Furthermore, to induce new quotient structures on lattice effect algebras, we will define some types of filters. Then, using some new examples of lattice effect algebras, we will investigate on the relations between filters. Additionally, we will show that on which conditions an MV-algebra or orthomodular lattice are drivable from a quotient of lattice effect algebra..

Finally, we will introduce generalized EMV-effect algebras as partial algebraic structures equivalent to EMV-algebras and we show that every generalized EMV-effect algebra is either an MV-effect algebra or can be embedded into an MV-effect algebra as a maximal ideal.

Conclusion: It can be briefly conclude that: as orthomodular lattice, the best implication connective is the duality of Sasaki map, a complete axiomatisation logic using Sasaki arrow is definable for this algebra, from filters it is obtainable quotient structures equivalent to some familiar algebras and, at last, it can be defined a partial algebra equivalent to EMV-algebras.

Keywords: Sharap and unsharp quantum logic, orthomodular lattice, logic of lattice effect algebra, Sasaki arrow, strong (fantastic, implicative, positive implicative) filter, MV-effect algebra, generalized EMV-effect algebra.

Shahid Beheshti University
Faculty of .....

A thesis submitted in fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in the

.....

.....

By

Amir Hossein Sharafi

Supervisor

.....

Advisors

..... and .....

November, 2018